

КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТИНА МИРА, ВЫТЕКАЮЩАЯ ИЗ ГИПОТЕЗЫ О ФРАКТАЛЬНОЙ ВСЕЛЕННОЙ

С. Д. Хайтун – к. физ.-мат. н., вед. н. с.,
Институт истории естествознания и техники (ИИЕТ)
(г. Москва, Россия)

E-mail: haitun@ihst.ru, haitunsd@mail.ru

Объект внимания космологии – Вселенная в целом, тогда как нашему наблюдению доступно только содержимое сферы радиусом около 13,7 млрд. световых лет. Поэтому космология переполнена слишком сильными (фантастическими) гипотезами, которые, однако, зачастую рассматриваются космологами как «строго доказанные наукой» утверждения. Цель статьи – следуя принципу экономии сущностей упростить космологическую картину мира, очистив её от фантастических положений. Для этого в основу кладётся одна-единственная гипотеза, которую никак нельзя назвать фантастической: Вселенная фрактальна. Из неё выводится цепочка следствий: (1) Вселенная бесконечна; (2) она имеет нулевую массовую плотность; (3) расширяется, пережив Большой взрыв, не вся Вселенная, а лишь наша Метагалактика; (4) наша Метагалактика – чёрная дыра; (5) некоторое время назад она начала раскрываться; (6) ускорение космического расширения может быть объяснено без введения тёмной энергии с её вполне фантастическими свойствами; (7) если Земля не находится в центре нашей Метагалактики, то в ускорении космического расширения должна присутствовать сферическая асимметрия, что поддаётся наблюдению.

Ключевые слова: фрактальная Вселенная, фрактальная размерность, топологическая размерность, наша Метагалактика, Большой взрыв, чёрная дыра, космическое расширение, космическое ускорение, принцип экономии сущностей.

COSMOLOGICAL PICTURE OF THE WORLD RESULTING FROM HYPOTHESIS OF FRACTAL UNIVERSE

SERGEI HAITUN – Candidate of Physics and Mathematics, Senior Researcher,
Institute for the History of Science and Technology
(Moscow, Russia)

Cosmology studies the Universe as a whole, while only the interior of a sphere with radius of about 13.7 billion light years is available for our observation. Therefore, cosmology is overloaded by too strong (fantastic) hypotheses, which, however, are often considered by cosmologists as statements "strictly proven by science". The purpose of the article is to simplify the cosmological picture of the world following the principle of economy of thought in order to discard fantastic assumptions. To do this, we employ only one hypothesis that can not be called fantastic: the Universe is fractal. From this follows a chain of consequences: (1) the Universe is infinite; (2) its mass density is equal to zero; (3) only our Metagalaxy, having survived the Big Bang, is expanding, not the Universe; (4) our Metagalaxy is a black hole; (5) the process of Metagalaxy's unfolding started some time ago; (6) the acceleration of cosmic expansion can be explained without the conception of dark energy with its quite fantastic properties; (7) if the Earth is not the center of our Metagalaxy, it is possible to observe spherical asymmetry of acceleration of the cosmic expansion.

Key Words: fractal Universe, fractal dimension, topological dimension, our Metagalaxy, Big Bang, black hole, cosmic expansion, cosmic acceleration, principle of economy of thought.

Введение

Согласно принятым сегодня представлениям, наблюдаемый мир зародился в нынешней его ипостаси около 13,7 млрд. лет назад в результате Большого взрыва и ограничен для нас *горизонтом видимости*: поскольку никакой сигнал не может распространяться быстрее света, постольку у нас в принципе не может быть информации о том, что находится на расстояниях, превышающих 13,7 млрд. световых лет. Стало быть, об устройстве Вселенной мы можем судить лишь по устройству того её маленького уголка (шарика), в котором находимся. Объект изучения космологии, таким образом, в принципе недоступен наблюдению, что, по-видимому, отличает её от других естественных дисциплин.

По этой причине космология, на взгляд некосмолога, перегружена чересчур сильными (фантастическими) гипотезами, каких не допускают в своей работе физики других областей, включая тех же космологов, когда они выходят за пределы космологии. Этим грешили, например, как мы увидим далее, даже такие выдающиеся физики, как Я.Б. Зельдович и А.Д. Сахаров, которые, легко выдвигая в космологии самые «смелые» (непроверяемые) гипотезы, не позволяли себе этого, работая в более «земных» областях физики.

Космологи, включая Я.Б. Зельдовича, к примеру, легко говорят, о замкнутой Вселенной, которая в начале Большого взрыва имела размер 10^{-33} см, т. е. на 20 порядков меньше атомного ядра, и которой закон сохранения энергии не запрещает возникновение «из ничего»: «Итак, общая теория относительности устраняет последнее препятствие на пути рождения Вселенной "из ничего". Энергия "ничего" равна нулю. Но и энергия замкнутой Вселенной равна нулю. Значит, закон сохранения энергии не противоречит образованию "из ничего" замкнутой Вселенной» [Зельдович, 1988: с. 21]. Иногда «из ничего» заменяется на более благозвучное «из вакуумоподобного состояния физической среды» [Новиков, 2001; Глинер, 2002], что, впрочем, сути дела не меняет.

А.Д. Сахаров выдвинул ещё более фантастическую, на мой взгляд, *многолистную модель* Вселенной, в которой «перелистывание» происходит во времени: «<...> Гипотеза "поворота стрелы времени" <...> тесно связана с так называемой проблемой обратимости. <...> Как я предположил (в 1966 году, и в более явной форме – в 1980 году), в космологических теориях, имеющих выделенную точку по времени, следует относить эти случайные начальные точки не к бесконечно удалённому прошлому ($t \rightarrow \infty$), а к этой выделенной точке ($t=0$). Тогда автоматически в этой точке энтропия имеет минимальное значение, а при удалении от неё во времени вперед *или* назад энтропия возрастает. Это и есть то, что я назвал "поворотом стрелы времени". Так как при обращении стрелы обращаются все процессы, в том числе информационные (включая процессы жизни), то никаких парадоксов не возникает. <...> Поворот стрелы времени восстанавливает в космологической картине мира симметрию двух направлений времени, присущую уравнениям движения» [Сахаров, 1995: с. 296–297].

Советский физик-теоретик акад. М.А. Марков выдвинул в 1966 г. идею *фридмонов* (от фамилии создателя модели нестационарной Вселенной

А.А. Фридмана) – скрытых в элементарных частицах макромиров: «Концепция Маркова основана на двух принципиально новых идеях. Первая из них состоит в том, что структурные части материи могут строиться из элементов не меньшей, а большей массы: избыточная масса в соответствии с законом сохранения массы–энергии, трансформируется в жёсткое излучение. <...> Вторая идея – это так называемая "ядерная демократия": способность элементарных частиц превращаться друг в друга, спонтанно исчезать и вновь возникать из вакуума. Классическая атомная теория не знала ничего подобного. Используя эти идеи, Марков предложил представить элементарные частицы в виде почти замкнутых автономных вселенных, которые он назвал фридмонами. Из-за большого гравитационного дефекта масс полная масса замкнутой вселенной равна нулю. А если она замкнута не полностью, то её масса может быть сколь угодно малой, например, равной массе элементарной частицы. С точки зрения внешнего наблюдателя эта малая масса будет заключена внутри сферы таких же микроскопических размеров, как и элементарная частица» [Лебедев (ред.) 2005: с. 382–383].

«Таким образом, это будет объект, который снаружи выглядит как элементарная микрочастица, а изнутри – как макросистема порядка нашей метagalактики. Значит, нет никакой гарантии, что каждая элементарная частица не скрывает внутри себя объекты такого типа» [Идлис, 1970: с. 390].

С этой гипотезой пересекается более общая концепция множественности миров/вселенных (Мультивселенной), история которой связана с именами Левкиппа (V в. до н. э.), Николая Кузанского (1410–1464), Дж. Бруно (1548–1600) [Визгин, 2000; Никитаев, 2000: с. 142]. В XX в. эта концепция была воспроизведена в форме идеи параллельных вселенных Хью Эвереттом III в опубликованной в 1957 г. диссертации и введена в научный оборот десять лет спустя Б. Девиттом [Грин, 2013: с. 202–204]. Сегодня концепция множественности миров/вселенных, включающая в себя представления о дополнительных пространственных и/или временных измерениях (!), широко обсуждается в космологии в самых разных вариантах:

«Задав пространство-время, можно построить соответствующий лист истории, пересекающий суперпространство. <...> Обратимся к детской игрушке, широко известной под названием "китайские коробочки". Открыв внешнюю коробочку, мы обнаруживаем другую коробку, открыв эту вторую коробку, мы обнаруживаем внутри неё ещё одну и так до тех пор, пока, наконец, на полу не будут разбросаны десятки таких коробок. Можно, наоборот, снова собрать коробочки, вложив их друг в друга, чтобы восстановить первоначальную упаковку. <...> Классическая геометродинамика (т. е. общая теория относительности, ОТО. – С. Х.) в принципе представляет собой метод, алгоритм, правило для вычисления и построения листа истории, который пересекает все суперпространства» [Мизнер и др., 1977: с. 447–448].

«Идея о необходимости введения в рассмотрение дополнительного числа измерений пространства для системы более высокого порядка, чем Метagalактика, представляется интересной. Но нет необходимости введения гипотетического метапространства, так как подобное многообразие имеется в формализме ОТО» [Трофименко, 1991: с. 122].

«Многие космологи (А.Д. Линде и др.) предполагают, что существует несколько, может быть, даже очень много метagalактик, и все они вместе могут представлять какую-то новую систему, являющуюся частью некоторого ещё более крупного образования (может быть, принципиально иной природы),

которое уже получило несколько названий (Метавселенная по И.С. Шкловскому, <...> Гипермир по К.Х. Рахматуллину) <...> в таких вселенных может быть не такое, как у нас, число пространственных измерений» [Генкин, 1994: с. 6].

А.Д. Сахаровым, высказана «гипотеза о существовании состояний физического континуума, включающих области с различной сигнатурой метрики, и о возникновении наблюдаемой Вселенной и бесконечного числа других Вселенных в результате квантовых переходов с изменением сигнатуры метрики. <...> Сигнатура здесь – число временных координат. <...> Высказано предположение о существовании в нашей Вселенной наряду с наблюдаемым (макроскопическим) временным измерением двух или другого чётного числа компактифицированных (сжатых до радиусов порядка или меньше планковской длины. – С. Х.) измерений» [Сахаров, 1995: с. 309].

«Согласно современной космологической концепции о макро-микросимметрии Вселенной, сама структурно неисчерпаемая Вселенная имеет по крайней мере в принципе циклически замыкающееся иерархическое строение, представляя собой связанное множество всевозможных макромиров, с элементарными или даже субэлементарными частицами материи, содержащими в себе или скрывающими за собой целые собственные квазизамкнутые (относительно самостоятельные) макромиры» [Идлис, 1996: с. 145].

«Вселенная <...> является макро-микросимметричной и представляет собой бесконечное структурно неисчерпаемое множество всевозможных квазизамкнутых макромиров с многоличностью их общего пространственно-временного многообразия (хотя в каждом отдельном макромире своё пространство трёхмерно, а время одномерно)» [Идлис, 2003].

«<...> Многие из магистральных разработок в фундаментальной теоретической физике <...> приводят к размышлениям о той или иной разновидности параллельных вселенных. Маршрут нашего повествования в последующих главах проходит через *девять вариаций на тему Мультивселенной* (выделено мной. – С. Х.). В каждой из них наша Вселенная предстаёт как часть неожиданно более масштабного целого, но сложность этого целого и природа составляющих его вселенных весьма отличаются от главы к главе. В одних картинах параллельные вселенные разделены колоссальными расстояниями или промежутками времени; в других они ведут призрачное существование в считанных миллиметрах от нас; в третьих же сама попытка говорить об их местоположении наивна и лишена всякого смысла. Подобное многообразие возможностей обнаруживается и в тех законах, которые управляют этими параллельными вселенными. Где-то эти законы – такие же, как в нашей Вселенной; в других вселенных они выглядят иначе, но имеют похожую родословную; в третьих они по форме и структуре не похожи ни на что из того, с чем нам доводилось иметь дело прежде» [Грин, 2013: с. 14].

Напомним читателю, что мы в принципе не можем выглянуть не только что за пределы «нашей Вселенной», но и за горизонт видимости радиусом около 13,7 млрд. световых лет: «<...> Миры за пределами нашего космического горизонта недостижимы» [Грин, 2013: с. 181]. Соответственно, утверждать что-либо о том, что происходит вне «нашей Вселенной», мягко говоря, крайне затруднительно. Поэтому, при всей увлекательности идеи Мультивселенной, она проходит по ведомству научных спекуляций, которые, играя в науке позитивную роль, прокладывают новые пути. Вот только не следует

преподносить их как «последние достижения физики», проверяемые «точнейшими наблюдениями», как это делают некоторые горячие головы:

«Теория рождения Вселенной и другие космологические проблемы ныне разрабатываются на основе последних достижений физики и проверяются точнейшими астрономическими наблюдениями. Никакие измышления в принципе в космологии невозможны» [Новиков, 2001: с. 886].

Здесь, полагаю, нужен более трезвый взгляд на вещи: «Обсуждение параллельных вселенных в большой степени умозрительно. Нет никаких экспериментов или наблюдений, свидетельствующих о том, что какой-либо из вариантов этой идеи реализуется в природе (выделено мной. – С. Х.)» [Грин, 2013: с. 18].

«Статус теорий с параллельными вселенными <...> находится под большим вопросом. <...> Хотя многие физики с готовностью высказывают своё мнение "за" или "против" разных схем мультивселенных, большинство признают, что только будущие открытия – теоретические, экспериментальные и наблюдательные – определяют, какие из этих идей останутся в науке (выделено мной. – С. Х.)» [Грин, 2013: с. 202].

По разряду научных спекуляций, чрезмерно серьёзно, на мой взгляд, рассматриваемых научным истеблишментом, проходит и пересекающаяся с концепцией Мультивселенной *теория струн*. Зародившись на рубеже 1960–1970-х гг., эта теория развивается сегодня большим числом физиков-теоретиков. Представляя собой одно из основных направлений разработки квантовой теории гравитации, она основана на гипотезе, согласно которой всё разнообразие элементарных частиц и фундаментальных взаимодействий возникает в результате разного рода колебаний и взаимодействий ультрамикроскопических квантовых струн, размещённых внутри элементарных частиц на масштабах порядка планковской длины 10^{-35} м.

Характерной чертой теории струн является то, что она требует, чтобы Вселенная имела *дополнительные измерения*, иначе в этой теории появляются отрицательные вероятности:

«<...> Теория струн *требует*, чтобы Вселенная имела дополнительные измерения. Вот почему это так <...>. На начальном этапе развития теории струн физики обнаружили, что некоторые вычисления приводят к появлению *отрицательных* вероятностей, <...> находящихся вне области допустимых значений. <...> Физики искали и нашли причину появления этих неприемлемых результатов. <...> Отрицательные вероятности возникают из-за *несоответствия* между требованиями теории и тем, что, как кажется, диктует реальность: расчёты показали, что если бы струны могли колебаться в *девяти* независимых пространственных направлениях, все отрицательные вероятности исчезли бы. <...> Поскольку струны так малы, они могут колебаться не только в больших, протяжённых измерениях, но и в крошечных свёрнутых. Таким образом, мы *можем* удовлетворить требованию о девяти пространственных измерениях, предъявленному к *нашей* Вселенной теорией струн, предположив <...>, что в дополнение к трём привычным, протяжённым пространственным измерениям Вселенная имеет шесть свёрнутых. В результате теория струн, которая была на грани исключения из мира физических реальностей, будет спасена. <...> Для того чтобы теория струн стала непротиворечивой, Вселенная должна иметь девять пространственных измерений и одно временное – итого всего десять» [Грин, 2011: с. 138–139].

«<...> *Геометрия дополнительных измерений определяет фундаментальные физические свойства, такие как массы частиц и заряды,*

которые мы наблюдаем в нашем обычном трехмерном пространстве <...> фундаментальные свойства Вселенной в значительной степени определяются размерами и формой дополнительных измерений. Этот результат представляет собой одно из наиболее глубоких следствий теории струн» [Грин, 2011: с. 141].

Подобно теории Мультивселенной, теория струн на сегодняшний день не имеет экспериментального подтверждения: «В отличие от многих других научных открытий, то, о чём говорится здесь (т. е. теория струн. – С.Х.), не является окончательно разработанной теорией, имеющей надёжное экспериментальное подтверждение и полностью принятой научным сообществом» [Грин, 2011: с. 21]. «На сегодняшний день наиболее вероятно, что даже самые многообещающие положительные результаты экспериментов не смогут определённо подтвердить правоту теории струн, а отрицательные результаты, скорее всего, не смогут её опровергнуть» [Грин, 2013: с. 107]. «<...> Теория струн в значительной степени умозрительна» [Грин, 2013: с. 287].

Сами космологи, находясь внутри космологии, похоже, не замечают всей странности (фантастичности) своих гипотез. Понятно, что они опираются на некие теоретические соображения, однако проверить их нет никакой возможности.

Отказ от некоторых слишком сильных гипотез позволил бы упростить космологическую картину мира без ущерба для объяснения данных наблюдения в пределах горизонта видимости. Утверждая это, мы исходим из принципа экономии сущностей (бритвы Оккама). При равной степени логичности и правдоподобия сравниваемых теорий, говорит он, ближе к истине (продуктивнее) та из них, что кладёт в основание 1) меньшее количество сущностей и 2) менее сильные (менее фантастические) сущности.

Мы будем опираться здесь на этот принцип предельно открыто, как на основной рабочий инструмент, поскольку не видим иного способа построения достаточно трезвой (нефантастической) космологической картины мира. В основу нашего рассмотрения будет положена одна-единственная гипотеза, которую при самом строгом к ней отношении трудно назвать фантастической: *Вселенная фрактальна*.

На протяжении всего XX в. космологи грешили явным или неявным отождествлением нашей Метагалактики со всей Вселенной. Да и сегодня ещё многие космологи не очень чётко их разводят, не только говоря о расширении *Вселенной*, модели горячей *Вселенной*, ускорении расширения *Вселенной* и т. д. На мой взгляд, перенос данных о космическом расширении, наблюдаемом внутри нашего уголка Вселенной, на всю Вселенную не имеет оснований, тезис о Большом взрыве *Вселенной* – это пример слишком сильной космологической гипотезы.

Если принять гипотезу о фрактальности Вселенной, то из неё следует, и я берусь это доказать, что *массовая плотность Вселенной равна нулю* и, стало быть, она не может вся ни расширяться, ни сжиматься, откуда вытекает, что расширяется не вся Вселенная, но только наша Метагалактика. Чтобы доказать это, значительную часть статьи придётся посвятить фракталам, в понимании которых сегодня в научной литературе, как мне представляется, существует существенный пробел, вызванный недостаточным осмыслением понятия фрактальной размерности.

1. Фракталы

Фракталы отличаются от других объектов необычной геометрией. Физики привыкли к объектам, обладающим обычной, так называемой *топологической* размерностью, которая выражается целыми числами – 0 (для точки), 1 (для линии), 2 (для поверхности), 3 (для объёма) и т. д. Фрактальная же структура представляет собой всюду разрывное множество точек, не являющееся – из-за его разрывности в каждой точке – ни линией, ни поверхностью, ни объёмом. Его размерность определяется, вообще говоря, *нецелым* числом.

Последнее обстоятельство – что фрактальная структура обладает необычной размерностью – у всех на устах. Однако никто, насколько мне известно, не замечает, что **массовая плотность (плотность массы) фрактальных структур, расположенных в нашем трёхмерном пространстве, если это только «настоящие» фракталы, обладающие необычной размерностью, равна нулю.** И не замечают этого потому, что не осмысливают должным образом определения фрактальной размерности, которое даёт математиками. Мы далее заполним этот пробел, но сначала поясним на иллюстративном примере, каким это образом структура, расположенная в нашем трёхмерном пространстве, может иметь нулевую массовую плотность и «странную» размерность.

1.1. «Бумажное» множество

Представим себе бесконечно тонкий лист бумаги, которым мы пытаемся заполнить комнату, вырезая из него бесконечно узкую полоску. Такой лист бумаги – двухмерный, его объём и масса равны нулю. Понятно, что заполнить им трёхмерный объём толком не удастся, бумага образует «всюду пустую» структуру нулевой плотности. Вот эта «бумажная» структура и может служить образом фрактала.

Чтобы наша «бумажная» структура была более точным подобием фрактала, необходимо ещё разорвать вырезаемую из листа бумаги бесконечно узкую полоску «на точки», так чтобы каждая следующая точка оказывалась на некотором случайном расстоянии от предыдущей в случайном же направлении от неё, а все точки располагались бы, тем не менее, не совсем случайным образом, образуя иерархизованную структуру, так чтобы можно было говорить о «детерминированном хаосе».

Объём трёхмерного тела измеряется трёхмерными единицами измерения, т. е. кубиками единичного объёма: мы подсчитываем, сколько таких кубиков помещается в измеряемом теле. Площадь двумерной фигуры – квадратиками единичной площади, длина линии – единичными отрезками. А что будет, если использовать единицу измерения, размерность которой не совпадает с размерностью измеряемого множества?

Если для измерения площади листа бумаги использовать одномерные отрезки единичной длины, то число таких отрезков, требующихся, чтобы заполнить весь лист, равно бесконечности. Если с той же целью употребить трёхмерные кубики, то для числа таких кубиков, покрывающих лист, получится значение, равное нулю (площадь бесконечно тонкого листа бумаги не изменится, если его скомкать; вот мы его, скомкав, и поместим в кубик, в котором он займёт нулевой объём). То единственное значение размерности единицы измерения, при котором мера множества отлична от нуля и бесконечности, называется размерностью множества по Хаусдорфу, или

фрактальной размерностью. Для листа бумаги размерность Хаусдорфа равна 2. Для «бумажного» фрактала, о котором мы здесь говорим и который размещён в трёхмерном пространстве, размерность Хаусдорфа меньше 3.

Как видим, массовая плотность нашего «бумажного» множества, измеренная, как это делается в нашей повседневной и научной жизни, в трёхмерных «кубиках», т. е. в «кубиках» размерности пространства, в котором мы живём и в котором расположено «бумажное» множество, равна нулю.

Теперь о фракталах более строго.

1.2. Фрактальная (собственная) размерность фрактала

Фрактальные структуры известны в научной литературе, начиная с 1963 г. Они появились под названием «странных аттракторов» в исследованиях динамического хаоса в пионерской работе Э.Н. Лоренца [Lorenz, 1963; Хайтун, 2007: с. 143–147]. Об их необычной размерности никто пока не знал. Множества с размерностью, отличной от топологической, которые и были отождествлены со странными аттракторами, ввёл в исследования динамического хаоса Б. Мандельброт [Mandelbrot, 1975], назвав их фрактальными (от лат. *fractus* – иррегулярный, фрагментарный) и используя понятие обобщённой размерности, отличающейся в общем случае от целого числа, которое было введено задолго до того Ф. Хаусдорфом [Hausdorff, 1918]. В разд. 1.6 мы увидим, что, строго говоря, со странными аттракторами могут быть отождествлены только стохастические фракталы.

Чтобы понять, почему массовая плотность фракталов, расположенных в нашем трёхмерном пространстве, равна нулю, приведём строгое определение размерности Хаусдорфа, из которого вытекает, как мы увидим, что нулю равна мера фрактала, измеренная в единицах топологической размерности. Определение размерности Хаусдорфа воспроизведём по обзору [Farmer et al., 1983]. Предварительно поясним, что мера множества – это суммарный «объём» пространства, занимаемый точками множества за вычетом пустых участков пространства между ними.

Рассмотрим покрытие данного множества d -мерными измерительными «кубиками», обозначая длину ребра i -го «кубика» ε_i . «Объём» такого d -мерного «кубика» равен ε_i^d . Мера множества $I_d(\varepsilon)$ определим выражением

$$I_d(\varepsilon) = \inf \sum_i \varepsilon_i^d, \quad (1)$$

где нижняя грань берётся по всем возможным покрытиям, удовлетворяющим условию $\varepsilon_i \leq \varepsilon$.

Пусть теперь

$$I_d = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} I_d(\varepsilon). \quad (2)$$

Хаусдорф показал, что существует критическая величина значения d , выше которой $I_d = 0$ а ниже которой $I_d = \infty$ **Это критическое значение, $d = D_H$, и называется размерностью Хаусдорфа** [Farmer et al., 1983: p. 158].

Именно этот момент и пропускается другими авторами при рассмотрении фракталов мимо глаз. Фрактальная размерность, или размерность Хаусдорфа, – это собственная размерность множества, или

размерность, которую оно имеет «на самом деле»: только при использовании измерительных «кубиков» такой размерности мера множества отлична от нуля и бесконечности. **При использовании измерительных «кубиков» большей размерности мера множества равна нулю.** В частности, она равна нулю при использовании измерительных «кубиков» размерности, равной размерности пространства, в котором это множество размещено. При условии, конечно, что данное множество действительно фрактально, т. е. если его собственная размерность (размерность Хаусдорфа) *меньше* размерности пространства, в котором оно размещено.

Далее мы изложим всё это по порядку, а пока заметим, что в определении (1–2) разные «кубики» имеют, вообще говоря, разные размеры. Считая их одинаковыми, приходим к размерности, впервые введённой, по-видимому, в работе [Колмогоров, Тихомиров, 1959] и иногда называемой ёмкостью [capacity] множества. В этом случае

$$I_d \approx \sum_i \varepsilon^d = M(\varepsilon)\varepsilon^d, \quad (3)$$

где $M(\varepsilon)$ – число «кубиков» (мы пока не устремляем ε к нулю).

Величина I_d , как вытекает из говорившегося выше, приближённо равна мере множества, найденной в единицах только и имеющей для него смысл размерности d . Поскольку же мера множества фазовых точек динамической системы нормируется на 1 (так как эта мера имеет смысл суммарной вероятности нахождения системы в одном из её микросостояний), получаем

$$1 \approx M(\varepsilon)\varepsilon^d. \quad (4)$$

Отсюда приходим к приближённому выражению для ёмкости

$$D \approx \frac{\ln M(\varepsilon)}{\ln(1/\varepsilon)}. \quad (5)$$

Именно эту формулу для собственной размерности фрактала использует в своих приближённых расчетах Мандельброт [Mandelbrot, 1977: p. 43]. Более же строго ёмкость множества определяют выражением

$$D = \limsup_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln M(\varepsilon)}{\ln(1/\varepsilon)} \quad (6)$$

[Eckmann, Ruelle, 1985, p. 629]. Чаще, однако, встречается выражение

$$D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln M(\varepsilon)}{\ln(1/\varepsilon)}. \quad (7)$$

Обратим внимание на ещё один момент, обычно упускаемый из виду авторами, которые пишут о фракталах и которые зачастую ограничиваются использованием приближённой формулы Мандельброта (5), забывая, что на самом деле справедливы формулы (2), (6) и (7) с $\varepsilon \rightarrow 0$: данное множество является фрактальным только при условии, что оно сохраняет свои «странные» свойства при использовании сколь угодно малых измерительных «кубиков».

1.3. Три тезиса, нуждающиеся в разъяснении

Высказанное в предыдущем разделе утверждение, что мера фрактального множества при использовании измерительных «кубиков» размерности, совпадающей с размерностью пространства, в котором это множество расположено, равна нулю, может быть развёрнуто в три тезиса:

- 1) топологическая размерность фрактального множества может быть определена как размерность пространства минимальной целочисленной раз-

мерности, в котором может быть размещено это множество; скажем, пространство минимальной целочисленной размерности, в котором может быть размещено «бумажное» множество, о котором шла речь в разд. 1.1, – трёхмерное; поэтому топологическая размерность «бумажного» множества равна 3;

- 2) мера фрактального множества, определённая в измерительных «кубиках» размерности, равной топологической размерности этого множества, равна нулю;
- 3) фрактальная размерность множества *меньше* или равна его топологической размерности.

В литературе относительно этих тезисов существует недопонимание (п. 1), незнание (п. 2) или ошибочное понимание (п. 3). Разъясним их в трёх следующих далее разделах.

1.4. Топологическая размерность фрактала

При определении топологической размерности используются три разных подхода, первый из которых идёт от Анри Лебега, второй – от Лёйтзена Брауэра, математически оформившего идею Анри Пуанкаре, а третий принят в аналитической геометрии.

В основании подхода Лебега лежит идея сопоставления размерности множества с размерностью покрывающих его «кубиков», которая (идея) задействована, как мы видели, и при определении фрактальной размерности.

Подход Брауэра был использован Мандельбротом [*Mandelbrot, 1977: p. 290*]. Здесь топологическая размерность определяется по индукции. Смотрят, множеством какой минимальной топологической размерности может быть рассечено на две части исследуемое множество, после чего к этой минимальной размерности прибавляют единицу, получая искомую размерность. Линия может быть разделена на две части точкой, топологическая размерность которой по определению берется равной 0, поэтому топологическая размерность линии равна $0+1=1$. Поверхность может быть разделена на две части линией, поэтому её топологическая размерность равна $1+1=2$. Трёхмерное пространство может быть разделено на две части поверхностью, поэтому для его размерности имеем $2+1=3$. И т. д.

В «геометрическом» подходе топологическая размерность множества определяется как *минимальное число координат, необходимых для определения положения его произвольной точки* [МЭС, 1988: с. 514]. Положение точки на кривой определяется одной координатой, на поверхности – двумя, в трёхмерном пространстве – тремя. Как видим, в этих случаях топологическая размерность по Брауэру совпадает с «геометрической».

Всё сказанное в этом разделе относится и к фракталам.

1.5. Мера фрактала, определённая в измерительных «кубиках» его топологической размерности, равна нулю

Видим, также, что топологические размерности по Брауэру и «геометрическая» совпадают с минимальной целочисленной размерностью измерительных «кубиков», при которой мера этого множества ещё равна нулю. Получаем ещё одно определение топологической размерности, являющееся вариацией «геометрического». Переворачивая это определение, приходим к

высказанному ранее выводу, что мера фрактала в измерительных «кубиках» размерности, равной топологической размерности фрактала, равна нулю.

1.6. Вопреки Мандельброту и др., собственная (фрактальная) размерность фрактала меньше или равна его топологической размерности

Мы разъяснили первые два из трёх приведенных в разд. 1.3 тезисов. Крайне существен и третий из них, потому что *мера фрактала равна нулю только по той причине, что собственная (фрактальная) размерность фрактала меньше его топологической размерности*. Фрактальная размерность D характеризует степень заполнения точками данного множества занимаемой им части пространства. В том крайнем случае, когда множество представляет собой гладкий континуум, заполняющий свою часть пространства всюду плотно, фрактальная размерность множества равна топологической, в общем же случае – меньше или равна ей:

$$D \leq D_T. \quad (8)$$

Чем более фрактальная размерность отличается от топологической, т. е. чем меньше её значение, тем более «пусто» данное множество (тем более оно «фрактально»), т. е. тем большую часть в занимаемом этим множеством объёме пространства занимают свободные от точек множества участки.

Приведём примеры, иллюстрирующие неравенство (8).

Пример первый. Для рассечения рассмотренного в разд. 1.1 «бумажного» множества на две части требуется двухмерная поверхность, которой может быть разделена на две части комната, в которой «бумажное» множество расположено, поэтому топологическая размерность этого множества (по Брауэру) равна 3, т. е. размерности комнаты, фрактальная же его размерность меньше 3.

Пример второй. Канторово множество строится следующим образом. Берется закрытый отрезок $[0,1]$, из которого выбрасывается открытый (без граничных точек) интервал $(1/3, 2/3)$. Из двух отрезков полученного множества T_1 аналогичным образом удаляются их средние трети, так что получается новое множество T_2 . Повторяя процедуру бесконечное число раз, получаем бесконечный ряд множеств T_1, T_2, T_3, \dots Канторовым множеством T называют предельное множество T_n , более строго – пересечение всех множеств T_1, T_2, T_3, \dots

Воспользовавшись формулой (7), для фрактальной размерности канторова множества получаем

$$D = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln 2^n}{\ln 3^n} \approx 0,631. \quad (9)$$

Топологическая же его размерность равна 1, поскольку все его точки расположены на одномерном отрезке. По Брауэру: это множество может быть разделено на две части точкой. Так что в этом случае также действует неравенство (8).

Пример третий. Береговая линия моря, длину которой измеряют по карте с помощью циркуля [Потапов, 2002: с. 21–22]. Морской берег настолько изрезан, что с уменьшением шага циркуля измеряемая длина берега растет пропорционально обратной степенной зависимости, показатель которой и определяет фрактальную размерность берега (1,14 для Португалии, 1,25 для Великобритании и т. д.). Как видим, фрактальная размерность берега моря меньше топологической размерности площади, на которой эта линия размещена, т. е. 2.

Отстаиваемый нами тезис (фрактальная размерность *меньше* топологической) нетривиален. Мандельброт, отец фракталов, ошибочно полагает, что размерность фракталов *больше* их топологической размерности, выписывая неравенство

$$D \geq D_T \quad (10)$$

[Mandelbrot, 1977: p.15], противоположное нашему неравенству (8). Следом за Мандельбротом многие авторы также считают, что фрактальная размерность множества *больше* (или равна) топологической, приписывая в оправдание этого тезиса топологической размерности фракталов довольно-таки странные значения. Скажем, сам Мандельброт [Mandelbrot, 1977: p. 16] и А.А. Потапов [Потапов, 2002: с.14] считают топологическую размерность канторова множества равной 0. Однако это множество, как мы видели, расположено на линейном отрезке, из-за чего его топологическая размерность, как уже говорилось, равна 1, а не 0 (положение точек множества фиксируется *одной* координатой).

Попытаемся понять, в чем коренится ошибка Мандельброта. Главным [prime] примером природного [natural] фрактала, по его словам [Mandelbrot, 1977: p. 4], служит броуновское движение. Считая его ломаную траекторию *линией*, он отождествляет топологическую размерность фрактала, образованного траекторией, с топологической размерностью этой линии, фрактальную же размерность броуновского движения на плоскости он находит равной 2: «Траектория [trail] броуновского движения топологически представляет собой кривую размерности 1. Однако, заполняя практически плоскость [being practically plane filling], оно фрактально с размерностью 2» [Mandelbrot, 1982: p.12]. Значения фрактальной и топологической размерностей броуновского движения от Мандельброта и на самом деле удовлетворяют неравенству (10).

В общем случае, выписывая своё неравенство (10), Мандельброт также явно или неявно отождествляет топологическую размерность фрактала с равной 1 топологической размерностью генерирующей его фазовой траектории. В этом и состоит его ошибка. Топологическая размерность линии действительно равна 1 независимо от того, опираться на определение Брауэра, как это делает Мандельброт, или на «геометрическое», однако ни к броуновскому движению, ни к фракталам вообще это не имеет отношения. Если бы он был прав, то 1 была бы равна и топологическая размерность броуновского движения на плоскости, и броуновского движения в трёхмерном пространстве, и в четырёхмерном пространстве, и т.д., что представляется бессмысленным.

Будучи отцом фракталов, Мандельброт, как мне представляется, сам не обжил ещё должным образом фрактальные представления (такое, увы, случается с первопроходцами). Дело в том, что, как показали вычислительные эксперименты по построению фракталов, проводящиеся с 1963 г. (хотя поначалу и без использования термина «фрактал», речь шла, как уже говорилось, о *странных аттракторах*) [Хайтун, 2007: с.125–137], при генерировании фазовой траекторией необратимой динамической системы фрактального множества (странного аттрактора) эта **траектория рвётся в каждой точке**, что приводит к её размытости. Эта размытость (разрывность в каждой точке) генерирующей фрактал фазовой траектории приводит к тому, что **она не является линией**, почему она не может быть разделена на две

части точкой, для этого нужна линия, если фрактал расположен на плоскости, и нужна поверхность, если фрактал размещён в трехмерном пространстве. Другими словами, данная точка фрактала не имеет определённого положения на фазовой траектории и может быть фиксирована, поэтому, только значениями координат в пространстве, занимаемом фракталом, в соответствии с «геометрическим» определением топологической размерности.

В случае броуновского движения, *если его считать «настоящим» фракталом*, его траектория, вопреки Мандельброту, не является линией, поскольку каждая следующая её точка находится на некотором случайном расстоянии от предыдущей в случайном же направлении. Это согласуется с тем, что Мандельброт берёт расстояния между очередными столкновениями броуновской частицы бесконечно малыми: «Броуновское движение было изначально [first] определено <...> как предел простого случайного блуждания, когда шаги становятся бесконечно малыми» [Mandelbrot, 1977: p. 84]. Поэтому генерирующая броуновский фрактал траектория не может быть разделена на две части точкой, для этого нужна *линия*, если речь идёт о броуновском движении на плоскости, что делает топологическую размерность (по Брауэру) данного фрактала равной 2; в случае броуновского движения в трёхмерном пространстве его траектория, из-за её размытости, может быть разделена на две части только *поверхностью*, что делает топологическую размерность данного фрактала равной 3. Если Мандельброт верно определил собственную размерность (размерность Хаусдорфа) броуновского движения на плоскости, которую, как мы видели, он нашёл равной 2, то *плоское броуновское движение вообще не является фракталом, поскольку для него топологическая и фрактальная размерности равны друг другу* (см. продолжение сюжета в конце разд. 1.8).

В случае рассмотренного в разд. 1.1 «бумажного» множества размыта (разорвана нами в каждой точке и разбросана случайным образом в пространстве) генерирующая его первоначально бесконечно узкая бумажная полоска, так что при фиксации произвольной точки получившегося фрактального множества эту (разорванную и разбросанную случайным образом) полоску нельзя считать «бесконечно узкой», т. е. линией. Поэтому произвольная точка данного множества не может быть фиксирована её положением на этой полоске, для этого необходимы *три* пространственные координаты.

И ещё одно соображение о неравенстве Мандельброта (10). Если считать его справедливым, то непонятно, что происходит с фрактальной размерностью в ходе релаксации физической системы. Наше неравенство (8) ставит всё на свои места. Фрактальная фазовая жидкость появляется при описании необратимых систем, фазовая же жидкость обратимых систем имеет обычную, топологическую размерность. В ходе релаксации системы в сторону равновесия происходит рост её фрактальной размерности до максимального значения, равного топологической размерности, так что *размерность фрактальной фазовой жидкости может служить мерой удалённости системы от равновесного состояния*. Эволюция реальных систем и всего материального мира в сторону возрастания энтропии, надо сказать, имеет мало общего с релаксацией системы к равновесному состоянию [Хайтун, 2005: с. 409] (продолжение сюжета см. в разд. 12).

Суммируя сказанное, приходим к следующему определению: *фрактал – это множество, размерность которого меньше топологической размерности*. Соответственно, странный аттрактор может быть математически

определён как *стохастический* аттрактор, размерность которого меньше топологической. Другими словами, *странный аттрактор – это стохастический фрактал*. Поскольку не все фракталы являются стохастическими, постольку *не всякий фрактал представляет собой странный аттрактор*. Канторово множество, например, будучи фракталом, странным аттрактором не является, не будучи стохастическим множеством.

*1.7. Массовая плотность фракталов,
расположенных в нашем трёхмерном мире, равна нулю*

Как говорилось в начале разд. 1.2, мера множества – это суммарный «объём» пространства, занимаемый точками множества за вычетом пустых участков пространства между ними. В случае фрактала, расположенного в нашем трёхмерном мире, его мера равна суммарному трёхмерному объёму, занимаемому точками фрактала после удаления пустого пространства между ними. Поскольку мера такого фрактала равна нулю, постольку нулю равен и занимаемый его точками суммарный объём. Нулю, следовательно, равна и его масса, если представить себе фрактал материальным. Нулю, соответственно, равна и измеряемая в измерительных «кубиках» обычной, т.е. топологической, размерности *массовая плотность* фрактала. Представить себе всё это можно на примере нашего «бумажного» множества (см. разд. 1.1), плотность которого изначально равна нулю.

*1.8. Расположенные в нашем трехмерном мире структуры
конечных размеров, которые принято называть фракталами,
на самом деле таковыми не являются, они только фракталоподобны*

Факт, сформулированный в предыдущем разделе, придаёт расположенным в нашем трёхмерном мире материальным фракталам (точнее, структурам, которые принято называть фракталами), несколько ирреальный характер. Если бы, скажем, угольная сажа была натуральным фракталом, то вещество, составляющее любой её конечный фрагмент, занимало бы суммарно в обычном трёхмерном пространстве нулевой объём и имело бы соответственно нулевую массу. Однако мы совершенно точно знаем, что плотность угольной сажи отлична от нуля, как отлична от нуля и плотность прочих реальных структур, которые принято считать фрактальными, – бронхов, облаков, галактик и т. д.

Однако обсуждаемое свойство фракталов – их мера, определённая в измерительных «кубиках» топологической размерности, равна нулю – является следствием существования «ножниц» между собственной (фрактальной) и топологической размерностями множества. Это свойство фракталов (фрактальная размерность меньше топологической) является «фракталообразующим», т.е. структуры, фрактальная размерность которых совпадает с топологической, «настоящими» фракталами, т.е. фракталами в строгом смысле этого термина, не являются. Не являются фракталами, следовательно, и множества с ненулевой мерой. Так что *расположенные в нашем трёхмерном мире материальные структуры, обладающие ненулевой плотностью, не являются «настоящими» фракталами, они только фракталоподобны*.

Несложно понять причину этого феномена. При определении фрактальной размерности длина ε рёбер измерительных «кубиков»

устремляется к нулю (см. соотношения (2, 6, 7) и связанный с ними текст). Другими словами, *данная структура является фракталом лишь при условии, что она сохраняет свои свойства при сколь угодно малых значениях ε , т. е. при использовании сколь угодно малых измерительных «кубиков».* Если же данный объект, который мы считаем фракталом, не позволяет бесконечного углубления в свою структуру, т. е. если существует некоторое пороговое значение ε_{\min} , ниже которого данная структура теряет свой фрактальный вид, то она не обладает свойством *разрывности в каждой точке*, не являясь «настоящим» фракталом, так что её мера в измерительных «кубиках» топологической размерности отлична от нуля.

Заметим, что Мандельброт, как говорилось в разд.1.6, считает броуновское движение фрактальным при сколь угодно глубоком проникновении в его структуру. С этим, однако, не согласуется найденное им для *плоского* броуновского движения значение фрактальной размерности 2, при котором это множество не является фракталом и которое по этой причине представляется сомнительным. Заметим, что для броуновского движения в *трёхмерном* пространстве его фрактальная размерность в принципе может быть равна и 2, так как для «настоящих» фракталов существенно только, чтобы их фрактальная размерность была меньше топологической, при этом не важно, является ли она целым или нецелым числом.

2. Гипотеза: Вселенная фрактальна в строгом смысле этого термина

За последние десятилетия установлено, что множество самых разных материальных систем – от угольной сажи и бронхов до скоплений звёзд и галактик – имеет фрактальную природу. По-видимому, можно даже сказать, что переход к фрактальной картине мира является одним из главных достижений науки второй половины XX в. С той только поправкой, что, как это было показано выше, расположенные в нашем трёхмерном пространстве материальные структуры являются не фрактальными, но лишь фракталоподобными.

Космологи также все чаще говорят о фрактальности подведомственных им космических структур: «<...> Мы <...> живём во Вселенной, на каждом шагу, на всех уровнях масштабов заполненной объектами, структурами, системами дробной (фрактальной. – С. Х.) размерности» [Цицин, 1997: с. 84]. См. также [Coleman, Pietronero, 1992; Baryshev et al., 1994; Nottale et al., 2000; Potanov, 2002: гл. 10; Baryshev, Teerikorpi, 2002].

Некоторые авторы говорят и о фрактальности всей Вселенной: «Вселенная заполнена взаимодействующими фракталами и сама представляет "многомерный фрактал"» [Розгачева, 1993: с. 12].

Подчеркнём, что тезис о фрактальности всей Вселенной не может быть установлен наблюдениями, поскольку всё, что находится за пределами сферы радиусом около 13,7 млрд. световых лет, недоступно для наблюдения. Так что фрактальность Вселенной – это только гипотеза, которую мы и кладём в основание нашей космологической картины мира.

Подчеркнём также, что мы принимаем гипотезу о фрактальности Вселенной в её жёстком варианте, полагая, что *Вселенная является фракталом в самом строгом смысле этого термина*, т. е. собственная (фрактальная) размерность Вселенной *меньше* её топологической размерности.

3. Первое следствие: Вселенная бесконечна

Если бы мы приняли гипотезу о фрактальности Вселенной в мягком варианте, т. е. если бы нам было достаточно *фракталоподобности* Вселенной, то такая Вселенная могла бы быть *конечной* (замкнутой). Фрактальность же Вселенной в строгом смысле этого термина может быть обеспечено только *бесконечной* (*незамкнутой*) Вселенной. *Фрактальная Вселенная необходимо бесконечна.*

В самом деле, как разъяснялось в разд. 1.8, данная структура фрактальна (а не фракталоподобна), если она сохраняет свои (фрактальные) свойства при сколь угодно малых размерах измерительных «кубиков». Именно так и обстоит дело с бесконечной Вселенной: с точки зрения воображаемого внешнего наблюдателя, размеры которого устремлены к бесконечности, размеры наших конечных измерительных «кубиков» стремятся к нулю.

Если Вселенная и на самом деле фрактальна в строгом смысле этого термина (а, значит, бесконечна), то, позволяя бесконечное (мысленное) проникновение в свою структуру, она является *единственным в мире настоящим фракталом.*

4. Второе следствие: Вселенная имеет нулевую массовую плотность

Как говорилось в разд. 1.7, массовая плотность фрактала, расположенного в нашем трёхмерном мире, равна нулю. Так что Вселенная, если она фрактальна в строгом смысле этого термина, должна иметь равную нулю «бесконечную» плотность массы, т. е. плотность любого её фрагмента при (мысленном) устремлении его объёма к бесконечности должна стремиться к нулю (при том что её масса равна бесконечности). Это не противоречит данным наблюдения в нашем уголке Вселенной (в нашей Метагалактике): расстояния между планетами Солнечной системы много больше размеров планет и Солнца, расстояния между звёздами много больше размеров звёзд, причём звёзды рассеяны в галактике гораздо реже, чем планеты расположены в Солнечной системе, галактики рассеяны в нашей Метагалактике ещё реже, чем звёзды в галактике и т. д. Всё это приводит к тому, что средняя плотность вещества быстро падает до умопомрачительно малых величин при переходе от Солнца (плотность 1,416 г/см³) к нашей Галактике (10⁻²⁴ г/см³) [Новиков, 1983: с. 128] и нашей Метагалактике (2·10⁻³¹ г/см³) [Мизнер и др., 1977: т. 2, с. 379] (уточнение для плотности нашей Метагалактики см. в разд. 6). Мысленно продолжая эту последовательность цифр, естественно предположить, что с неограниченным ростом объёма фрагментов Вселенной их плотность стремится к нулю.

Неотъемлемое свойство фрактальных структур может быть сформулировано как *иерархическая системность*, или *системная иерархичность*. Фрактал распадается на (под)системы, размеры которых и расстояния между которыми выдерживают определённую иерархию: чем большего размера (под)системы мы берем, тем больше расстояния между ними относительно размеров (под)систем. Именно такое устройство фрактала при бесконечном продолжении иерархии, как это имеет место в случае бесконечной Вселенной, и приводит к его (фрактала) нулевой плотности. Именно так устроена Вселенная в видимой её части.

Аналогичным образом устроены все фрактальные структуры. Только, в отличие от «математических фракталов», реальные «фракталы» (которые, напомним, только фракталоподобны) проявляют системную иерархичность не «от нуля до бесконечности», но лишь в некотором конечном интервале масштабов, так что о фрактальной размерности реальных «фракталов» (за исключением всей Вселенной) можно говорить, самое большее, как это порой и делается [Потапов, 2002], лишь имея в виду эти конечные интервалы масштабов.

К выводу о том, что «бесконечная» плотность Вселенной равна нулю, а её масса – бесконечности, уже давно пришел Г.М. Идлис [Идлис, 1956]. На мой взгляд, однако, без опоры на представления о фрактальности наблюдаемого мира (напомним, что понятие фрактала возникло в работах Б. Мандельброта только в 1975 г.) тезис о равенстве нулю «бесконечной» плотности Вселенной не имел шансов закрепиться в литературе. Он и не закрепился.

Понимание того, что из фрактальности Вселенной следует равенство её «бесконечной» плотности нулю, пока тормозится, однако, идущим от Б. Мандельброта заблуждением, о котором шла речь в разд. 1.6 и согласно которому фрактальная размерность *больше* топологической. Иллюстрацией может служить статья И.К. Розгачевой [Розгачева, 1993], которая получает для фрактальной размерности Солнца, Солнечной системы, нашей Галактики и нашей Метагалактики значения, *превышающие* их топологическую размерность (равную 3). Скажем, фрактальная размерность нашей Метагалактики оказывается у нее равной 10, т. е. большей 3.

Записывая формулу Мандельброта (5) для размерности фрактала в виде

$$d = \frac{\ln \mu}{\ln \xi}, \quad (11)$$

Розгачева понимает под μ – меру (*микро*)состояния, полагая её, с опорой на эргодическую гипотезу, пропорциональной времени τ пребывания системы в данном состоянии: $\mu \sim \tau$. Это, конечно, красиво, но некорректно, поскольку $M(\varepsilon)$ в формуле Мандельброта (5) – это *суммарное* число измерительных «кубиков» с данной длиной ребра ε , коими покрывается не какой-то участок данного множества, но *всё это множество*, суммарная же вероятность пребывания системы в одном из возможных микросостояний, как и говорилось выше, равна 1.

Более корректные измерения фрактальной размерности космических структур, базирующиеся на формуле Мандельброта (5), дают вполне разумные значения. Так, согласно работам [Coleman, Pietronero, 1992: p. 339; Baryshev et al., 1994: p. 455, 458], фрактальная размерность галактических кластеров равна в одном случае 1,4, в другом – 1,9. Согласно обзорной монографии [Baryshev, Teerikorpi, 2002: p. 265, 268, 312], фрактальная размерность межзвёздных облаков составляет около 2,3 или 2,4, межгалактических газовых облаков – около 2,5, галактических структур – от 1,8 до 2,1. Все эти значения *меньше* топологической размерности этих структур, равной размерности пространства, в котором они расположены, т. е. 3.

Подчеркнём ещё раз, что все эти структуры, имея отличные от нуля массовые плотности, фракталами в строгом смысле этого термина не являются, будучи только фракталоподобными.

5. Третье следствие: Большой взрыв пережила не вся Вселенная, но только наша Метагалактика

Любой конечный фрагмент Вселенной из-за конечности его массовой плотности нестационарен, вся же бесконечная Вселенная, если она имеет нулевую плотность, стационарна, т.е. не может вся расширяться или сжиматься. Это значит, что Вселенная, если она фрактальна, не переживала Большого взрыва и что все данные наблюдения и теории, касающиеся расширения и Большого взрыва «Вселенной», следует переадресовать к нашей Метагалактике.

В отличие от гравитационно устойчивой Вселенной с её нулевой «бесконечной» плотностью, наша Метагалактика из-за её конечных размеров гравитационно неустойчива. Стало быть, расширение нашей Метагалактики – самая естественная вещь. А что ей ещё делать? Только расширяться или сжиматься, стационарной она быть не может.

Перенесённый со всей Вселенной на нашу Метагалактику Большой взрыв теряет свою загадочность: почему бы ей было однажды и не взорваться, если это сплошь и рядом происходит со звёздами, причем без участия «ложного вакуума» (вакуумоподобного состояния физической среды), гипотеза о котором лежит в основании столь распространённой сегодня теории «квантового рождения» Вселенной «из ничего» и который наделяется космологами воистину волшебными свойствами [Девис, 1989: с. 214].

Отнесённый к нашей Метагалактике Большой взрыв, включая его начальные фазы, может быть описан, уверен, в гораздо менее сильных предположениях. Легко представить себе, к примеру, что наша Метагалактика ранее сжималась и, дойдя до некоторой стадии сжатия (не до сингулярности – сингулярности, полагаю, возникают только «на бумаге»), стала расширяться. Взорвалась. Подобно тому, как взрывается сверхновая в результате коллапса ядра звезды, но в гораздо больших масштабах.

6. Четвертое следствие: наша Метагалактика – чёрная дыра

Если что и загадочно в нашей Метагалактике, так это отсутствие у неё центра и градиентов расширения. Пока мы считаем, что Большой взрыв претерпела вся бесконечная Вселенная, отсутствие у неё центра и градиентов расширения легко и непринуждённо объясняется космологическим принципом, согласно которому разные участки и разные направления во Вселенной равноправны. Если же мы, полагая Вселенную фрактальной, приходим к выводу, что Большой взрыв претерпела лишь наша конечная Метагалактика, то следует признать и то, что в её пределах космологический принцип не работает, как он не работает в пределах других конечных космических систем. Когда взрывается тело конечных размеров, будь то сверхновая звезда или тротиловый заряд, такой взрыв имеет центр и радиальные градиенты давления, плотности, температуры. Ничего подобного при расширении нашей Метагалактики не наблюдается, и это требует объяснения. Моя точка зрения состоит в том, что отсутствие у нашей Метагалактики центра и градиентов расширения свидетельствует о том, что она представляет собой (чрезвычайно разреженную из-за её размеров) чёрную дыру.

Обычно чёрные дыры ассоциируют со сверхсжатыми массами, однако это неправильно, поскольку чёрной дырой может быть тело со сколь угодно малой плотностью, лишь бы его радиус был меньше некоторой критической величины, которая называется *гравитационным радиусом* и определяется массой тела.

В самом деле, чёрная дыра – это гравитирующая масса, размеры которой меньше гравитационного радиуса R_g :

$$R < R_g = \frac{2GM}{c^2} \quad (12)$$

(G – ньютоновская гравитационная постоянная, M – масса тела, c – скорость света). Основное свойство массы, находящейся внутри сферы радиуса R_g (*сферы Шварцшильда*), состоит в том, что никакие сигналы (свет, частицы, массы), испускаемые в пределах этой сферы, не могут вырваться наружу и оторваться от чёрной дыры.

Условие (12) говорит, насколько мал должен быть радиус тела *данной* массы, чтобы оно было чёрной дырой. Перепишем его в виде

$$\rho > \rho_c = \frac{3c^2}{8\pi GR^2}. \quad (13)$$

Это условие обратно условию (12), говоря уже о том, как велика должна быть плотность тела *данного радиуса*, чтобы оно было чёрной дырой.

Как видим, критическая плотность гравитирующей массы, при которой она становится чёрной дырой, падает пропорционально квадрату её радиуса. Так что достаточно большие гравитационные системы могут оказаться внутри сферы Шварцшильда, будучи весьма разреженными.

Применительно к нашей Метагалактике условие (13) переписывают с учетом закона Хаббла. В критическом состоянии Метагалактики хаббловская скорость V на её «краю» равна скорости света:

$$c = HR \quad (14)$$

(H – постоянная Хаббла). Подставляя (14) в (13), получаем

$$\rho > \rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}. \quad (15)$$

Это соотношение и используется космологами при оценке критической плотности нашей Метагалактики, которую они обычно отождествляют со всей Вселенной, трактуя (15) как условие её замкнутости (закрытая модель Вселенной). Для нас условие (15) говорит о другом – о том, какую плотность должна иметь наша Метагалактика при её наблюдаемом радиусе порядка 13,7 млрд. св. лет, чтобы быть чёрной дырой.

Расчёты с использованием формулы (13) показывают, что чёрная дыра с радиусом Земли (6400 км) должна иметь плотность больше $4 \cdot 10^9$ г/см³, с радиусом Солнца (700 тыс. км) – больше $3 \cdot 10^5$ г/см³, с радиусом нашей Галактики (750 млрд. км) – $3 \cdot 10^{-7}$ г/см³ [Трофименко, 1991: с. 11–12], с радиусом нашей Метагалактики (10^{26} м) – $1,6 \cdot 10^{-29}$ г/см³ (радиусы галактики и Метагалактики приведены по [Трофименко, 1991: с. 11]). Расчёты с помощью формулы (15) для критической плотности нашей Метагалактики дают значения $(6 \pm 0,1) \cdot 10^{-29}$ г/см³ [Чернин, 2001: с. 1155] и $8 \cdot 10^{-30}$ г/см³ [Гинзбург, 2002: с. 217]. Как видим, плотность чёрной дыры и на самом деле может быть очень малой.

Оценка реальной плотности нашей Метагалактики ρ чрезвычайно трудна. Вместо ρ часто сразу берут её отношение к критической плотности $\Omega = \rho / \rho_{\text{кр}}$. В закрытой модели Вселенной $\Omega > 1$, в открытой – $\Omega < 1$. Мы относим Ω не ко Вселенной, как это обычно делается, а к нашей Метагалактике, поэтому для нас критическое значение $\Omega = 1$ является пограничным между случаями, когда Метагалактика является и не является чёрной дырой. В реальную плотность нашей Метагалактики и соответственно в Ω основные вклады вносят светящаяся материя, обозначаемая индексом b (барионы), и тёмная материя (dark matter), обозначаемая индексом d . Соответственно $\Omega_b = 0,02 \pm 0,01$ [Чернин, 2001: с. 1155] или $\Omega_b = 0,044 \pm 0,01$ [Гинзбург, 2002: с. 217] и $\Omega_d = 0,3 \pm 0,1$ [Чернин, 2001: с. 1155; Гинзбург, 2002: с. 217]. Эти значения делают реальную плотность нашей Метагалактики подозрительно близкой к критической.

Возвращаемся к вопросу, который был поставлен в начале раздела: почему отсутствуют центр и градиенты расширения нашей Метагалактики? В предположении фрактальности Вселенной разгадать эту загадку, полагаю, можно единственным способом – принять, что **наша Метагалактика представляет собой чёрную дыру**, а отсутствие у неё центра и градиентов расширения (макрооднородность) является геометрическим свойством объекта такой природы.

Внутреннее пространство чёрной дыры замкнуто на себя гравитацией, будучи конечным по объёму, но безграничным. Все находящиеся внутри чёрной дыры тела и излучения в своём движении как бы отражаются от внутренней стороны шварцшильдовской сферы, сами «не замечая» того и продолжая своё движение по прямой (точнее, по геодезической линии, длина которой между двумя точками в искривлённом гравитацией пространстве равна кратчайшему расстоянию между ними): «В закрытой <...> модели вышедший из исходной точки луч света в конце концов может дойти до "противоположного полюса" пространства <...> при дальнейшем распространении луч начнёт приближаться к исходной точке» [Ландау, Лифшиц, 1962: с. 390]. Из-за безграничности представляющего перед наблюдателем пространства он не только не обнаружит центра сферы, внутри которой находится, но и все её внутренние точки окажутся для него равноправными. Центр чёрной дыры, явственно существующий для внешнего наблюдателя (как центр её массы, обозначающий источник притяжения), для внутреннего наблюдателя не существует.

Чтобы лучше представить себе внутреннюю геометрию чёрной дыры, прибегнем к хорошо известной аналогии. Её обычно используют применительно к модели замкнутой Вселенной, а мы приложим её к нашей Метагалактике, от чего эта аналогия не станет хуже. Речь идёт о сопоставлении в общей теории относительности трёхмерного замкнутого гравитацией безграничного пространства с двухмерной поверхностью трёхмерной сферы – в обоих случаях пространство конечно по объёму (по площади), но не имеет границ. Такова, к примеру, поверхность земного шара, однако в нашем случае сфера ещё и расширяется. Поместим на её поверхность двухмерный газ взаимодействующих точек, имитирующий трёхмерный «газ» звёзд и галактик. Если эти взаимодействия подобны реальным, то подобно тому, как это происходит в наблюдаемом мире, точки будут образовывать

фракталоподобные структуры. Из-за симметрии задачи газ на двухмерной сферической поверхности не будет иметь выделенных участков и направлений, оставаясь однородным и изотропным в том смысле, что находящиеся на ней равные по площади участки будут иметь примерно одинаковую плотность точек, тогда как участки большей площади будут иметь меньшую плотность. По мере расширения сферы плотность газа на её поверхности уменьшается, точки разбегаются, не имея центра и градиентов расширения. Если радиус сферы растёт с постоянной скоростью, точки на сфере разбегаются в соответствии с законом Хаббла в его двухмерном варианте.

В самом деле, пусть радиус сферы R растёт с постоянной скоростью V . Тогда расстояние r между двумя точками на сфере увеличивается со скоростью

$$v = V \frac{r}{R} = \frac{V}{R} r = \frac{1}{t} r = Hr. \quad (16)$$

Это и есть закон Хаббла.

Всё это, только в трёхмерном пространстве, мы и наблюдаем в нашей Метагалактике.

Наша Метагалактика, полагаю я, замкнута в чёрную дыру гравитацией, которая и обеспечивает макрооднородность и изотропность распределения вещества и энергии внутри чёрной дыры. В соответствии с принципом эквивалентности ОТО, макрооднородность нашей Метагалактики является геометрическим свойством внутреннего пространства-времени сферической чёрной дыры. Геометрия чёрной дыры приводит внутри нее к тому же результату, что и космологический принцип применительно ко всей Вселенной.

А.П. Трофименко, не отождествляя всей Вселенной с нашей Метагалактикой, допускает, что последняя является или была белой дырой (белыми дырами иногда называют гравитирующие массы, находящиеся внутри сферы Шварцшильда, если они расширяются, чёрными дырами – если они сжимаются): «Можно сказать, что Метагалактика – белая дыра, которая вышла (или выходит) из-под гравитационного радиуса <...> вся наша Метагалактика на её начальном этапе расширения была не чем иным, как белой дырой» [Трофименко, 1991: с. 11, 21]. Приходя к своему заключению, Трофименко ориентируется *только* на близость значения критической плотности нашей Метагалактики к наблюдаемой. Реальное положение дел сегодня, однако, таково, что ручаться за публикуемые значения её текущей плотности невозможно. Помимо прочего ещё и из-за незнания её радиуса, который может оказаться большим горизонта видимости. Не имея аргументов за или против своего допущения, Трофименко на нём особо и не задерживается. Мы же располагаем аргументом «со стороны» (гипотеза о фрактальности Вселенной и т. д.), говорящим, что наша Метагалактика ещё и сегодня (по крайней мере, частично – см. следующий раздел) является чёрной дырой.

Часто пишут, что науке неизвестно, в каком состоянии находится вещество внутри чёрных дыр. Это верно лишь в отношении малых чёрных дыр с их гигантской плотностью энергии. Для чёрных дыр масштаба нашей Метагалактики ситуация, как видим, другая – её житель видит примерно то же, что видим мы.

7. Пятое следствие: ускорение космического расширения – это возможное свидетельство протекающего уже некоторое время размыкания нашей Метагалактики

В принципе наша Метагалактика может перестать быть чёрной дырой, выйдя в процессе своего расширения за пределы сферы Шварцшильда. Похоже, именно это и происходит в настоящее время; именно поэтому наблюдаемая плотность Метагалактики столь близка к критической, но всё же меньше её. Так может быть истолковано открытое недавно двумя группами исследователей [Riess et al., 1998; Perlmutter et al., 1999] ускорение разбегания галактик на больших расстояниях. В 2011 г. С. Перлмуттер, А. Рисс и Б. Шмидт получили Нобелевскую премию по физике «за открытие ускоренного расширения Вселенной посредством наблюдения дальних сверхновых».

Речь идёт о сверхновых типа Ia, вспыхивающих, когда масса старой звезды (белого карлика) достигает вполне определённого значения, известного с высокой точностью, почему все такие сверхновые характеризуются одинаковой пиковой светимостью и могут использоваться как "стандартные свечи", пригодные для измерения расстояния до их галактик. Оказалось, что на расстояниях порядка или больших 1 млрд. св. лет убывание яркости таких сверхновых с расстоянием происходит заметно быстрее, чем это даёт стандартная космологическая теория. Так в космологию пришло представление о том, что на расстояниях порядка или больших 1 млрд. св. лет *космическое расширение происходит с ускорением*.

На мой взгляд, гипотеза о фрактальности Вселенной позволяет объяснить, в числе прочего, и феномен ускорения космического расширения.

Прежде всего, как это вытекает из предыдущих разделов, если Вселенная и на самом деле фрактальна, то речь должна идти об ускорении расширения не всей Вселенной, но только нашей Метагалактики. Далее, обратим внимание на то обстоятельство, что космическое ускорение начинается с расстояний порядка или больших 1 млрд. световых лет, так что относительно Земли этот феномен может считаться периферийным. При этом космическое ускорение может быть истолковано как эффективная добавка расстояния: «Такое дополнительное потускнение [сверхновых] означает, что данному красному смещению соответствует некоторая эффективная добавка расстояния» [Чернин, 2001: с. 1154]. Я полагаю, что эта наблюдаемая на периферии нашего мира эффективная добавка расстояния может быть проявлением *начавшегося не так давно процесса размыкания чёрной дыры*, каковой наша Метагалактика всё ещё является на протяжении значительной части её объема (радиусом около 1 млрд. св. лет).

Если эта точка зрения верна, то плотность нашей Метагалактики так близка к критической, *но все же несколько меньше её* (см. разд. 6), просто потому, что с начала Большого взрыва прошло как раз столько времени, что, расширяясь, она некоторое время назад подошла к гравитационному значению радиуса. Когда это произошло, то ничто уже не могло помешать ей его пересечь. Пересекая же его, Метагалактика необходимо стала терять свойства чёрной дыры. Наша Метагалактика обладает гигантской инерцией, и её превращение из чёрной дыры в незамкнутую космическую систему должно происходить, по идее, не с мгновенным изменением геометрии пространства-времени внутри Метагалактики, но постепенно. С такими гигантскими системами ничего мгновенного приключиться не может. Сначала плотность

Метагалактики уменьшилась на самом её краю, затем это уменьшение стало захватывать всё более глубокие её слои.

8. Шестое следствие: феномен ускорения космического расширения не требует введения понятия тёмной энергии

Господствующая сегодня точка зрения на феномен ускорения космического расширения состоит в том, что этот феномен означает ускорение расширения *Вселенной*, а для его объяснения, следом за С. Перлмуттером [Perlmutter, 2003], привлекают понятие *тёмной энергии (dark energy)*, обеспечивающей антигравитацию. Логика, ведущая к такому выводу, понятна: ускорение расширения Вселенной на больших расстояниях трактуется как свидетельство наличия космического расталкивания, которое обычная гравитирующая материя, видимая и тёмная, вызвать не может. Раз есть расталкивание, то должна быть и расталкивающая сила, обеспечивающая отрицательное давление, ответственность за которое и возлагают на тёмную энергию. Относительно природы тёмной энергии согласие между космологами до сих пор отсутствует.

На мой взгляд, прежде чем прибегать к столь сильной гипотезе, как гипотеза о тёмной энергии, следует сначала испытать гипотезы менее сильные. Гипотеза о тёмной энергии – это, по сути дела, *ad hoc* гипотеза, предложенная специально для объяснения неожиданно открывшегося факта, а это всегда не очень хорошо. Принцип экономии сущностей говорит, что более желательно было бы обойтись без *ad hoc* гипотез.

Я полагаю, что гипотеза о фрактальности Вселенной, которая всё громче звучит в космологии последних десятилетий и которая выдвигается в этой статье на первый план, позволяет объяснить феномен ускорения космического расширения без привлечения достаточно фантастических, на мой взгляд, представлений о тёмной энергии. Во всяком случае, этого не требует феномен ускорения космического расширения.

9. Седьмое следствие: в ускорении космического расширения, если Земля не находится в центре нашей Метагалактики, должна наблюдаться сферическая асимметрия

Крайне маловероятно, чтобы Земля (наша галактика) находилась точно в центре нашей Метагалактики. Если же Земля находится не в центре нашей Метагалактики, то по мере размыкания последней *должна всё более искажаться сферическая симметрия космического ускорения относительно Земли*. Следует посмотреть, *имеет ли этот феномен сферическую асимметрию*. Если ускорение разбегания галактик по разным направлениям окажется разным по абсолютной величине, то это будет иметь единственно возможное объяснение – именно то, о каком мы здесь говорим.

К сожалению, количественные оценки предполагаемой сферической асимметрии периферического разбегания галактик невозможны. Прежде всего потому, что неизвестно расположение Земли относительно центра нашей Метагалактики. Если Земля расположена близко от него, то сферическая асимметрия будет отсутствовать, если подальше – окажется существенной.

Другая причина, делающая количественные оценки ожидаемых результатов эксперимента невозможными, – это слабость современной теории, которую, насколько мне известно, ещё никогда не интересовало, как скажется

размыкание гигантской чёрной дыры на её внутренней геометрии. Если понимать ОТО буквально, то размыкание чёрной дыры происходит мгновенно, – когда радиус гравитирующей массы меньше гравитационного или равен ему, она является чёрной дырой, когда больше – не является. Но, как мы уже говорили, мгновенные превращения со столь гигантскими системами случаются только на бумаге, в реальности размыкание гигантской чёрной дыры должно происходить постепенно, от периферии к центру. Теория такого постепенного размыкания отсутствует, и я уверен, что её вообще нельзя создать на основе ОТО с её симметричными по времени уравнениями, не позволяющими описать фрактально (фракталоподобно) распределённые массы [Хайтун, 1996].

10. Интерлюдия: ошибочность утверждения о равенстве нулю или «почти нулю» массы замкнутых космических макросистем

Многие космологи, допуская возможность замкнутости Вселенной, считают её массу равной в этом случае нулю [Зельдович, 1988; Девис, 1989: с. 213–214]. Отсюда они делают выводы, которые, на взгляд некосмолога, звучат достаточно странно. Именно таково, к примеру, происхождение заключения о возможности возникновения Вселенной «из ничего», о котором шла речь во Введении.

Собственно, и знаменитая инфляционная теория Большого взрыва связана с идеей рождения раздувающейся Вселенной «из ничего»: «Если энергию нельзя ни создать, ни уничтожить, то как же всё-таки возникает первичная энергия? <...> Теория инфляции предлагает одно из возможных научных объяснений этой загадки. Согласно этой теории, Вселенная вначале имела энергию, фактически равную нулю, и за первые 10^{-32} с ей удалось вызвать к жизни всё гигантское количество энергии. Ключ к пониманию этого чуда следует искать в том замечательном факте, что закон сохранения энергии в обычном смысле не применим к расширяющейся Вселенной» [Девис, 1989: с. 213].

Логика космологов можно понять по следующим высказываниям:

«Отрицательная гравитационная энергия взаимодействия частей точно компенсирует положительную энергию суммы всех частей, всего вещества. Общая теория относительности, связывающая тяготение и геометрию, доказывает, что точная компенсация происходит тогда и именно тогда, когда становится замкнутым пространство, в котором находится вещество (выделено мной. – С. Х.)» [Зельдович, 1988: с. 21].

«Объём Вселенной становился всё больше, а плотность фактически не менялась, она падала чрезвычайно медленно. Из-за этого масса материи во Вселенной всё возрастала. Соблюдался ли в таком случае закон сохранения массы и энергии? С новой массой рождалось и новое тяготение этой массы. Положительная энергия материи компенсировалась отрицательной энергией гравитации, и в сумме закон сохранения энергии соблюдался (выделено мной. – С. Х.)» [Новиков, 2001: с. 888].

«Те, кто не может внутренне примириться со всей концепцией возникновения "чего-то" из "ничего", имеют возможность иначе взглянуть на возникновение энергии при расширении Вселенной. Поскольку обычная гравитация имеет характер притяжения, для удаления частей вещества друг от друга необходимо совершить работу по преодолению гравитации,

действующей между этими частями. Это означает, что **гравитационная энергия системы тел отрицательна**; при добавлении к системе новых тел происходит высвобождение энергии, и вследствие этого гравитационная энергия становится "ещё более отрицательной". Если применить это рассуждение во Вселенной на стадии инфляции, то именно **появление теплоты и вещества как бы "компенсирует" отрицательную гравитационную энергию образовавшихся масс**. В этом случае полная энергия Вселенной в целом равна нулю и никакой новой энергии не возникает (выделено мной – С. Х.)» [Дэвис, 1989: с. 214].

Обратим внимание на элементарную ошибку П. Дэвиса: из того факта, что для удаления тел друг от друга нужно совершить работу против сил гравитации, *не следует отрицательность гравитационной энергии*. Из него вытекает только то, что с ростом расстояния между телами их гравитационная энергия возрастает, однако расти может как отрицательная величина, так и положительная. Увеличиваясь с высотой h над поверхностью Земли, энергия массы m в поле земного тяготения mgh остаётся положительной. Однако космологи опираются на тезис об *отрицательности гравитационной энергии* как очевидный. Этот тезис, надо сказать, вообще имеет широкое хождение в современной физике. Тем не менее, мы уверены в его ошибочности.

Для фиксации значений гравитационной энергии мы должны условиться о **нулевой точке отсчёта**. А это можно сделать и так, что гравитационная энергия будет отрицательной, и так, что она будет положительной.

Пусть, к примеру, тело массы m находится на высоте h над поверхностью Земли. Можно считать его гравитационную энергию равной нулю *на поверхности Земли*, и тогда на высоте h она равна mgh , являясь *положительной* величиной; на бесконечном расстоянии от Земли так определённая гравитационная энергия тела равна бесконечности. А можно, напротив, считать её равной нулю, когда тело находится *на бесконечности*, и тогда она, когда тело находится на высоте h над Землей, равна $-GmM/(R+h)$ (M и R – масса и радиус Земли соответственно), будучи величиной *отрицательной*.

В любом случае выбор нуля на шкале значений гравитационной энергии – дело во многом конвенциональное (субъективное), и потому опираться на результат, возникающий при одном выборе субъекта познания этого нуля и исчезающий при другом, нельзя, потому что этот выбор характеризует не объект исследования, а самого исследователя.

Если, однако, читателя эта логика не удовлетворяет и он желает знать, какой же, всё-таки, выбор нуля на шкале значений гравитационной энергии правильный, то спешу такого читателя уведомить, что, с точки зрения физического смысла, предпочтительнее как раз нуль, обеспечивающий *положительные* значения гравитационной энергии. Именно такой нуль отсчёта, например, даёт для энергии тела над поверхностью Земли формулу mgh , с помощью которой решается множество практических задач.

В самом деле, гравитационная энергия – это *потенциальная* энергия системы, возникающая в результате тяготения составляющих её тел. Примем во внимание также, что, как известно, потенциальная энергия характеризует *способность системы совершать работу над средой*. Если система может совершать работу над средой за счёт потенциальной энергии, то последняя положительна, не может – равна нулю. Это справедливо и в отношении

энергии системы вообще, специфика потенциальной энергии состоит лишь в том, что она является функцией координат системы. Кинетическая энергия тела потому и положительна, что тело может совершить за её счет работу над средой. Отрицательный знак потенциальной энергии означал бы только то, что система не может за счет неё (потенциальной энергии) совершить работу над средой, но что, напротив, среда способна совершить работу над системой. Но тогда это уже (положительная) потенциальная энергия *среды*, а не нашей системы.

Когда тело массы m находится на высоте h над поверхностью Земли, то оно способно, падая, совершить работу mgh над средой. Приписывать ему отрицательную гравитационную энергию физически некорректно. Как некорректно было бы, скажем, считать отрицательной кинетическую энергию.

Космологи ссылаются также на *дефект масс*, который пропорционален энергии связи и который показывает, что масса системы и на самом деле меньше суммы масс составляющих её тел. К рассматриваемому вопросу, однако, дефект масс отношения не имеет, поскольку он образуется за счёт излучения системы. Излучением сопровождается, к примеру, и образование нейтронной звезды (масса нейтронной звезды на 10–15% меньше суммы масс покоя составляющих её частиц [Зельдович, 1988: с. 20]), и объединение лёгких атомных ядер в тяжёлые. Вселенная же наружу ничего не излучает (ни в предположении её замкнутости, ни в предположении её бесконечности), так что дефекту масс в данном случае взяться неоткуда. Метагалактики, будучи конечными системами, в принципе могут излучать в среду, однако ничего «чудесного» при этом произойти не может: когда излучится вся энергия данной метагалактики, она попросту исчезнет.

Подробнее изложенную в настоящем разделе аргументацию см. в [Хайтун, 2005: с. 472–480].

11. Восьмое следствие: антропный принцип имеет вполне материалистический смысл

В размытом виде тезис, в котором задним числом можно опознать современный антропный принцип, присутствует в книге 1903 г. «Место человека во Вселенной» соавтора теории естественного отбора А. Уоллеса [Уоллес, 1904], однако это не было замечено другими авторами вплоть до недавнего времени. В чётком виде он был независимо сформулирован российским космологом Г.М. Идлисом [Идлис, 1958], а затем, опять же независимо, Р. Дикке [Dicke, 1961] и Б. Картером [Carter, 1970; Картер, 1978]. Последний и дал ему принятое сегодня название – антропный (антропологический, антропогенный) принцип.

Антропному принципу посвящена большая литература, однако общепринятой его формулировки до сих пор не существует. В литературе большое значение придаётся проводимому Б. Картером различию между сильной и слабой формулировками этого принципа. Согласно первой, Вселенная и должна была быть (задумывалась Создателем?) такой, чтобы в ней однажды появился человек (наблюдатель). Согласно второй, мы, люди (наблюдатели) возникли потому, что Вселенная такова, какова она есть.

Когда мы перестаём отождествлять нашу Метагалактику со всей Вселенной, различие между сильной и слабой формулировками антропного принципа нивелируется, а теологический мотив исчезает: наша Метагалактика

и на самом деле приспособлена к человеку, но это только потому, что она одна из бесконечного множества метagalactic во Вселенной, среди которых, скорее всего, имеются и «безжизненные» и/или «нечеловеческие».

Ситуация с метagalactic подобна ситуации с планетами Солнечной системы: вместо того чтобы утверждать, будто Земля специально приспособлена под человека, более разумно (более «научно») говорить, что условия на ней сложились оптимальными для его закономерного появления. На других планетах условия сложились иными, и человек там не появился.

Таким образом, если относить антропный принцип не ко Вселенной (не ко «вселенным»), а к сосуществующим в ней бок о бок метagalactic, то у него, на наш взгляд, простой и совсем не теологический смысл: подобно тому как жизнь появилась не на всех планетах Солнечной системы, она могла появиться не во всех метagalactic. Чтобы жизнь могла возникнуть и развиваться до появления разумных существ *и далее*, условия среды – то ли на данной планете, то ли в данной метagalactic – должны были оказаться в некотором «коридоре». Если этот коридор реально действующих во Вселенной условий узок, то жизнь представляет собой в ней крайне редкое явление, если широк, то жизнь – явление распространённое. В обоих случаях из-за бесконечности Вселенной количество очагов жизни в ней бесконечно.

Вопрос, таким образом, не в том, существует ли жизнь во Вселенной вне Земли (совершенно определённо существует). Важно другое: как далеко космические очаги жизни отстоят друг от друга? Одно дело, если земная биосфера – единственная в нашей Метagalactic, тогда мы обречены на космическое одиночество (быть может, именно этим объясняется безуспешность попыток обнаружения сигналов внеземных цивилизаций, предпринимаемых на протяжении вот уже около 50 лет [Гиндилис, 2004]). Другое – если в нашей Метagalactic миллионы таких биосфер, тогда наши шансы на встречу с соседями реальны.

12. «Простая» космологическая картина мира, вытекающая из гипотезы о фрактальности Вселенной

Если Вселенная и на самом деле фрактальна в строгом смысле этого термина, т. е. если её фрактальная размерность меньше топологической, то, как вытекает из предыдущих разделов, это во многом упрощает космологическую картину мира.

Фрактальная Вселенная не может быть замкнутой, она бесконечна в пространстве, не имеет границ и стационарна в том смысле, что все её фрагменты не могут одновременно расширяться или сжиматься. Поэтому наблюдаемое космическое расширение и вызвавший её Большой взрыв следует считать локальными, относя их к нашей Метagalactic. Помимо прочего, такое разведение нашей (расширяющейся) Метagalactic и (нерасширяющейся) Вселенной снимает проблему начала Вселенной и возможность увязки Большого взрыва с божественным актом творения. Фрактальной Вселенной ничто не мешает быть бесконечной во времени.

Идею фридмонов и Мультивселенной, а также связанную с ними идею дополнительных пространственных и/или временных измерений приходится признать несостоятельными. Во всяком случае, нет никаких наблюдательных данных, говорящих в их пользу. Ничто не мешает бесконечной и безграничной Вселенной располагаться в обычном трёхмерном пространстве. Заполняя всё

пространство и всё время (будучи бесконечной во времени), Вселенная существует в единственном экземпляре.

В бесконечной и безграничной Вселенной рассеяны метagalактики, одной из которых является наша Метagalактика, и другие, бóльшие и меньшие космические системы, структура которых имеет в целом фрактальный вид. Одни из них расширяются, пережив свои «бóльшие взрывы», другие сжимаются, так что для них «бóльшие взрывы» ещё впереди. Одни из космических систем замкнуты, являясь черными дырами, другие незамкнуты. Наша Метagalактика как раз из числа замкнутых, однако некоторое время назад она начала размыкаться.

Все космические объекты, включая чёрные дыры, гравитационно взаимодействуют друг с другом, однако это взаимодействие тем слабее, чем о бóльших объектах идет речь, поскольку расстояния между ними стремительно растут с их размерами (в этом и состоит феномен фрактальности Вселенной). Поэтому чем больше космические объекты, тем в большей мере к их гравитационному взаимодействию применимо ньютоновское приближение.

И Вселенная, и замкнутые космические системы (чёрные дыры) макрооднородны, но по разным причинам. Вселенная – в силу космологического принципа, замкнутые системы – вследствие «чернодырной» геометрии. Макрооднородность Вселенной и чёрных дыр сочетается с их фрактальностью (в случае чёрных дыр – фракталоподобностью): фрагменты равного объёма имеют тем более равные плотности, чем больше их объём, с ростом же объёма сравниваемых фрагментов их плотность быстро падает.

В целом гипотеза о фрактальной Вселенной с нулевой «бесконечной» плотностью возвращает нас к некогда господствовавшим представлениям о единственной вечной, бесконечной и безграничной Вселенной, внося, однако, в них существенно новый момент: ничто не мешает фрактальной Вселенной эволюционировать.

13. Вместо заключения: почему фрактальность «выгодна» Вселенной?

Как всегда, когда речь заходит о фундаментальных свойствах природы, ответ получается «многомерным». Во-первых, если Вселенная фрактальна, то это именно потому, что фрактальность сообщает ей нулевую «бесконечную» плотность, обеспечивая гравитационную устойчивость.

Во-вторых, фракталоподобная структура, т.е. структура, обладающая иерархичной системностью, обеспечивает расположенным во Вселенной реальным системам максимальную выживаемость при выходе из строя их частей. При «поломке» какой-то из составляющих её малых подсистем из строя выходит она одна, максимум – иерархически и рокадно ближайшие к ней структуры. Если же система устроена не фракталоподобно (однородно, то выход из строя её части грозит гибелью ей всей. Когда неадаптивным оказывается один «вид» подсистем, вперёд выдвигаются другие. Именно так функционирует, например, лес, в котором «поломка» доминирующего органического вида приводит лишь к его замене другим, бывшим до того на периферийных ролях, вся же совокупность населяющих лес организмов (биоценоз) продолжает здравствовать.

Такое устройство мир мог приобрести в ходе эволюции – нефрактально организованные его элементы попросту не выживали. И здесь возникает

третья компонента ответа на обсуждаемый вопрос: фракталоподобная структура наблюдаемого мира является, на мой взгляд, результатом работы *эволюционного принципа минимакса*, согласно которому в каждом макроскопическом фрагменте мира максимизируется интенсивность метаболизмов (взаимодействий), ведущих к последующей интенсификации метаболизмов, и минимизируется интенсивность метаболизмов, не ведущих к дальнейшей интенсификации метаболизмов [Хайтун, 2005: разд. 4.3].

Разные формы взаимодействий приписаны к материальным структурам разных типов и уровней [Хайтун, 2005: разд. 4.2.3]. Поэтому фракталоподобность наблюдаемого мира, означающая существование в нём структур самых разных форм, типов и уровней, обеспечивает существование самых разных форм взаимодействий. Чем больше разнообразие форм взаимодействий, тем более разнообразными и интенсивными могут быть процессы превращения разных форм взаимодействий друг в друга. В нефрактальной, скажем однородной, системе разнообразие форм взаимодействий невелико, вследствие чего процессы превращения разных форм взаимодействий друг в друга не могут быть интенсивными и/или длительными во времени. Во фрактальных (фракталоподобных) структурах интенсивность этих процессов может быть чрезвычайно большой и тем большей, чем более фрактальна данная структура, т.е. чем более её фрактальная размерность отличается от топологической, т.е. чем она меньше её (см. разд. 1.6). Более фрактальные структуры эволюционируют более интенсивно, чего и требует принцип минимакса.

Таким образом, *вектор эволюции направлен в сторону уменьшения размерности реальных фрактальных (фракталоподобных) структур*. Эволюция всей Вселенной, по идее, также должна протекать в сторону уменьшения её (Вселенной) фрактальной размерности, так что Вселенная всё дальше уходит от равновесного состояния. Если это и на самом деле так, то в ходе эволюции Вселенной нарастают и все проявления её фрактальности.



Литература

- Визгин, 2000 – *Визгин Вик.П.* Идея множественности миров: Очерки истории. – М.: Наука, 1988. – 296 с.
- Генкин, 1994 – *Генкин И.Л.* Будущее Вселенной // Вселенная и мы. – Альманах. – 1994. – № 2. – С. 5–13.
- Гиндилис, 2004 – *Гиндилис Л.М.* SETI: Поиск внеземного разума. – М.: Изд-во физико-математической литературы, 2004. – 648 с.
- Гинзбург, 2002 – *Гинзбург В.Л.* О некоторых успехах физики и астрономии за последние три года // Усп. физич. наук. – 2002. – Т. 172. – № 2. – С. 213–219.
- Глинер, 2002 – *Глинер Э.Б.* Раздувающаяся вселенная и вакуумоподобное состояние физической среды // Усп. физич. наук. – 2002. – Т. 172. – С. 222–228.
- Грин, 2011 – *Грин Б.* Элегантная Вселенная: Суперструны, скрытые размерности и поиски окончательной теории. – М.: УРСС, 2011. – 288 с.
- Грин, 2013 – *Грин Б.* Скрытая реальность: Параллельные миры и глубинные законы космоса. – М.: ЛИБРОКОМ, 2013. – 400 с.
- Девис, 1989 – *Девис П.* Суперсила: Поиски единой теории природы. – М.: Мир, 1989. – 272 с.
- Зельдович, 1988 – *Зельдович Я.Б.* Возможно ли образование Вселенной «из ничего»? // Природа. – 1988. – № 4. – С. 16–24.
- Идлис, 1956 – *Идлис Г.М.* Теория относительности и структурная бесконечность Вселенной // Астрон. журн. – 1956. – Т. 33. – № 4. – С. 622–626.

- Идлис*, 1958 – *Идлис Г.М.* Основные черты наблюдаемой астрономической Вселенной как характерные свойства обитаемой космической системы // *Изв. АФИАН КазССР*. – 1958. – Т. 7. – С. 39–54.
- Идлис*, 1970 – *Идлис Г.М.* Теория множеств в современном естествознании // *Диалектика и современное естествознание*. – М.: Наука, 1970. – С. 387–391.
- Идлис*, 1996 – *Идлис Г.М.* Космология: её фундаментальные парадоксы и коллизия исторических попыток их логического решения // *Институт истории естествознания и техники им. С.И. Вавилова. Годич. научн. конф.*, 1995. – М.: Янус, 1996. – С. 144–146.
- Идлис*, 2003 – *Идлис Г.М.* Замечания к статье С.Д. Хайтуна «Феномен жизни на Земле и антропный принцип» // *Биосфера*. 2003. – http://www.ihst.ru/~biosphere/Mag_5.
- Карттер*, 1978 – *Карттер Б.* Совпадения больших чисел и антропологический принцип в космологии // *Космология: Теории и наблюдения*. – М.: Мир, 1978. – С. 369–379.
- Колмогоров, Тихомиров*, 1959 – *Колмогоров А.Н., Тихомиров В.М.* ε -энтропия и ε -емкость множеств в функциональных пространствах // *Усп. матем. наук*. – 1959. – Т. 14. – № 2. – С. 3–86.
- Ландау, Лифшиц*, 1962 – *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. – М.: Физматгиз, 1962. – 422 с.
- Лебедев (ред.)*, 2005 – Введение в историю и философию науки. – М.: Академический проект, 2005. – 407 с.
- МЭС*, 1988 – Математический энциклопедический словарь. – М.: СЭ, 1988. – 847 с.
- Мизнер* и др., 1977 – *Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж.* Гравитация. – М.: Мир, 1977. – Т. 2. – 525 с.; Т. 3. – 510 с.
- Никитаев*, 2000 – *Никитаев В.В.* К онтологии множественности миров // *Философия науки*. – Вып. 6. – М.: Ин-т философии РАН, 2000. – С. 135–159.
- Новиков*, 1983 – *Новиков И.Д.* Эволюция Вселенной. – М.: Наука, 1983. – 190 с.
- Новиков*, 2001 – *Новиков И.Д.* Инфляционная модель ранней Вселенной // *Вестник РАН*. – 2001. – Т. 71. – № 10. – С. 886–914.
- Потапов*, 2002 – *Потапов А.А.* Фракталы в радиофизике и радиолокации. – М.: Логос, 2002. – 664 с.
- Розгачева*, 1993 – *Розгачева И.К.* Фракталы в Космосе // *Земля и Вселенная*. – 1993. – № 1. – С. 10–16.
- Сахаров*, 1995 – *Сахаров А.Д.* Научные труды. – М.: АОЗТ «Издательство ЦентрКом», 1995. – 528 с.
- Трофименко*, 1991 – *Трофименко А.Л.* Белые и чёрные дыры во Вселенной. – Минск: Университетское изд-во, 1991. – 174 с.
- Уоллес*, 1904 – *Уоллес А.* Место человека во Вселенной. – СПб.: О.Н.Попова, 1904. – 292 с.
- Хайтун*, 1996 – *Хайтун С.Д.* Механика и необратимость. – М.: Наука, 1996. – 448 с.
- Хайтун*, 2005 – *Хайтун С.Д.* Феномен человека на фоне универсальной эволюции. – М.: УРСС, 2005. – 533 с.
- Хайтун*, 2007 – *Хайтун С.Д.* От эргодической гипотезы к фрактальной картине мира: Рождение и осмысление новой парадигмы. – М.: УРСС, 2007. – 251 с.
- Цицин*, 1997 – *Цицин Ф.А.* Фрактальная Вселенная. Субъективный «взгляд со стороны» // *Дельфис*. – 1997. – № 3 (11). – С. 83–89.
- Чернин*, 2002 – *Чернин А.Д.* Космический вакуум // *Усп. физич. наук*. – 2001. – Т. 171. – С. 1153–1175.
- Coleman, Pietronero*, 1992 – *Coleman P.H., Pietronero L.* The fractal structure of the Universe // *Phys. Repts*. – 1992. – Vol. 213. – № 6. – P. 311–389.
- Baryshev et al.*, 1994 – *Baryshev Yu.V., Sylos Labini F., Montuon M., Pietronero L.* Facts and ideas in modern cosmology // *Vistas in Astron.* – 1994. – Vol. 38. – P. 419–500.
- Baryshev, Teerikorpi*, 2002 – *Baryshev Yu.V., Teerikorpi P.* Discovery of Cosmic Fractals. – New Jersey etc.: World Scientific, – 2002. – XXXI+373 p.
- Carter*, 1970 – *Carter B.* The Significance of Large Numbers in Cosmology. Cambridge (England): Cambridge Univ. Press, 1970. – Unpubl. prepr. Report, in Princeton.

- Dicke*, 1961 – *Dicke R.H.* Dirac's cosmology and Mach's principle // *Nature*. – 1961. – Vol. 192. – № 4801. – P. 440–441.
- Eckmann, Ruelle*, 1985 – *Eckmann J.-P., Ruelle D.* Ergodic theory of chaos and strange attractor // *Rev. Mod. Phys.* – 1985. – Vol. 57. – P. 617–656.
- Farmer et al.*, 1983 – *Farmer J.D., Ott E., Yorke J.A.* The dimension of chaotic attractor // *Physica*. 1983. Vol. D7. P. 153–180.
- Hausdorff*, 1918 – *Hausdorff F.* Dimension und äusseres Mass // *Math. Ann.* – 1918. – Bd. 79. – S. 157–179.
- Lorenz*, 1963 – *Lorenz E.N.* Deterministic nonperiodical flow // *J. Atmosph. Sci.* – 1963. – Vol. 20. – P. 130–141.
- Mandelbrot*, 1975 – *Mandelbrot B.B.* Les Objects Fractals. Forme, Hazard et Dimension. – Paris: Flammarion, 1975. – 192 p.
- Mandelbrot*, 1977 – *Mandelbrot B.B.* Fractals: Form, Change, and Dimension. – San Francisco: Freeman, 1977. – XVI+365.
- Mandelbrot*, 1982 – *Mandelbrot B.B.* The Fractal Geometry of Nature. – San Francisco: Freeman, 1982. – 460 p.
- Nottale et al.*, 2000 – *Nottale L., Chaline J., Grou P.* Les arbres de l'évolution. – Paris: Hachette, 2000. – 379 p.
- Riess et al.*, – *Riess A., Filippenko A., Challis P., et al.* Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant // *Astron. J.* – 1998. – Vol. 116. – P. 1009–1038.
- Perlmutter et al.*, – *Perlmutter S., Aldering G., Fabbro S., et al.* Supernova Cosmology Project // *Astrophys. J.* – 1999. – Vol. 517. – P. 565.
- Perlmutter*, 2003 – *Perlmutter S.* Supernovae, dark energy, and the accelerating Universe // *Phys. Today*. 2003. – Vol. 56. – № 4. – P. 53–60.



References

- Vizgin Vik.P.* Ideya mnozhestvennosti mirov: Ocherki istorii [Idea of Plurality of the Worlds: History Essays]. – Moscow, 1988. – 296 p.
- Genkin I.L.* Buduzhchee Vselennoy [Future of the Universe] // *Vselennaya i my*. – Al'manakh. – 1994. – № 2. – Pp. 5–13.
- Gindilis L.M.* SETI: Poisk vneseemnogo rasuma [SETI: Search for Extraterrestrial Intelligence]. – Moscow. – 648 p.
- Ginsburg V.L.* O nekotorykh uspekakh fiziki i astronomii za poslednie tri goda [On some advances in physics and astronomy over the past three years] // *Uspekhi fizicheskikh nauk*. – 2002. – Vol. 172. – № 2. – Pp. 213–219.
- Gliner E.B.* Razduvayuzhchayasya vseennaya i vacuumopodobnoe sostoyanie fizicheskoy sredy [Inflationary universe and the vacuumlike state of physical medium] // *Uspekhi fizicheskikh nauk*. – 2002. – Vol. 172. – Pp. 222–228.
- Greene B.* Elegantnaya vseennaya: Superstruny, skrytye razmernosti i poiski okonchatelnoy teorii [The Elegant Universe: Superstrings, Hidden Dimensions, and the Quest for the Ultimate Theory]. – Moscow, 2011. – 288 p.
- Greene B.* Skrytaya real'nost': Parallelnye miry i glubinnye zakony kosmosa [The Hidden Reality: Parallel Universes and the Deep Laws of the Cosmos]. – Moscow, 2013. – 400 p.
- Davies P.* Supersila: Poiski edinoy teorii prirody [Superforce: The Search for a Grand Unified Theory of Nature]. – Moscow, 1989. – 272 p.
- Zeldovich Ya.B.* Vozmozhno li obrazovanie Vselennoy iz “nichego”? [Is the formation of the universe “from nothing” possible?] // *Priroda*. – 1988. – № 4. – Pp. 16–24.
- Idlis G.M.* Teoriya otноситelnosti i strukturnaya beskonechnost' vseennoy [Theory of relativity and structural infinity of Universe] // *Astronomicheskij Zhurnal*. – 1956. – Vol. 33. – № 4. – Pp. 622–626.
- Idlis G.M.* Osnovnye cherty nablyudaemoy astronomicheskoy vseennoy kak kharakternye svoystva obitaemoy kosmicheskoy sistemy [Main features of the observed astronomical Universe as characteristic properties of inhabited space system] // *Izvesiya AFIAN KazSSR*. – 1958. – Vol. 7. – Pp. 39–54.

- Idlis G.M.* Teoriya mnozhestv v sovremennom estestvoznanii [Theory of sets in contemporary natural sciences // *Dialektika i Sovremennoe estestvoznanie*. – Moscow, 1970. – Pp. 387–391.
- Idlis G.M.* Kosmologiya: Eyo fundamental'nye paradoxy i kolliziya istoricheskikh popytok ikh logicheskogo resheniya [Cosmology: Its fundamental paradoxes and collision of historical attempts of their logic decision] // *Institut istorii estestvoznaniya i tekhniki im. S.I. Vavilova. Godichnaya nauchnaya konferentsiya*. 1995. – Moscow, 1996. – Pp. 144–146.
- Idlis G.M.* Zamechaniya k stat'e S.D. Khaituna "Fenomen zhizni na Zemle i antropnyj printsip" // Notes to S.D. Haitun's article "Phenomenon of the life on Earth and the anthropic principle" // *Biosfera*. 2003. [Elektronnyj resurs] Rezhim dostupa: http://www.ihst.ru/~biosphere/Mag_5.
- Carter B.* Sovpadeniya bol'shikh chisel i antropologicheskij printsip v kosmologii [Large Number Coincidences and the Anthropic Principle in Cosmology] // *Kosmologiya: Teorii i nablyudeniya*. – Moscow, 1978. – Pp. 369–379.
- Kolmogorov A.N., Tikhomirov V.V.* ε -entropiya i ε -yomkost' mnozhestv v funktsional'nykh prostranstvakh [ε -entropy and ε -capacity of sets in function spaces // *Uspekhi Matematicheskikh nauk*. – 1959. – Vol. 14. – No 2. – Pp. 3–86.
- Landau L.D., Lifshits E.M.* Teoriya polya [The Theory of Fields]. – Moscow, 1962. – 422 p. Vvedeniye v istoriyu and filosofiyu nauki [Introduction to the History and Philosophy of Science]. – Moscow, 2005. – 407 p.
- Matematicheskij entsiklopedicheskij slovar'* [Encyclopedic Dictionary of Mathematics]. – Moscow, 1988. – 847 p.
- Misner Ch.W., Thorne R.C., Wheeler J.A.* Gravitatsiya [Gravitation]. Moscow, 1977. – Vol. 2. – 525 p.; Vol. 3. – 510 p.
- Nikitaev V.V.* K ontologii mnozhestvennosti mirov [Towards ontology of plurality of the worlds] // *Filosofiya nauki*. – Iss. 6. – Moscow: Institut filosofii RAN, 2000. – Pp. 135–159.
- Novikov I.D.* Evolyutsiya vselennoy [Evolution of the Universe]. – Moscow, 1983. – 190 p.
- Novikov I.D.* Inflyatsionnaya model ranney vselennoy [The inflationary model of the early Universe] // *Vestnik RAN*. – 2001. – Vol. 71. – No 10. – Pp. 886–914.
- Potapov A.A.* Fraktaly v radiofizike i radiolotsii [Fractals in radiophysics and radiolocation]. – Moscow, 2002. – 664 p.
- Rozgacheva I.K.* Fraktaly in kosmose [Fractals in cosmos] // *Zemlya i Vselennaya*. – 1993. – No 1. – Pp. 10–16.
- Sakharov A.D.* Nauchnye trudy [Scientific Works]. – Moscow, 1995. – 528 p.
- Trofimenko A.P.* Belye i chyornye dyry vo Vselennoy [White and Black Holes in the Universe]. – Minsk, 1991. – 174 p.
- Wallace A.R.* Mesto cheloveka vo Vselennoi [Man's Place in the Universe]. – Sankt-Peterburg, 1904. – 292 p.
- Haitun S.D.* Механика и необратимость [Mechanics and Irreversibility]. – Moscow, 1996. – 448 p.
- Haitun S.D.* Fenomen cheloveka na fone universalnoy evolyutsii [The Phenomenon of Man against the Backdrop of Universal Evolution]. – Moscow, 2005. – 533 p.
- Haitun S.D.* Ot ergodicheskoy gipotezy k fraktalnoy kartine mira: Rozhdenie i osmyslenie novoy paradigmy [From the Ergodic Hypothesis to the Fractal Picture of the World The Birth and Comprehension of the New Paradigm]. – Moscow, 2007. – 251 p.
- Tsitsin F.A.* Fraktalnaya vseennaya. Sub'ektivnyj "vzglyad so storony" [The Fractal Universe. Subjective "look out of outside"] // *Del'fis*. – 1997. – No 3 (11). – Pp. 83–89.
- Chernin A.D.* Kosmicheskij vacuum [Cosmic vacuum] // *Uspechi phisicheskikh nauk*. – 2001. – Vol. 171. – Pp. 1153–1175.
- Coleman P.H., Pietronero L.* The fractal structure of the Universe // *Physics Reports*. – 1992. – Vol. 213. – No 6. – P. 311–389.
- Baryshev Yu.V., Sylos Labini F., Montuon M., Pietronero L.* Facts and ideas in modern cosmology // *Vistas in Astronomy*. – 1994. – Vol. 38. – P. 419–500.

- Baryshev Yu.V., Teerikorpi P.* Discovery of Cosmic Fractals. – New Jersey etc.: World Scientific, – 2002. – XXXI+373 p.
- Carter B.* The Significance of Large Numbers in Cosmology. Cambridge (England): Cambridge Univ. Press, 1970. – Unpubl. prepr. Report, in Princeton.
- Dicke R.H.* Dirac's cosmology and Mach's principle // *Nature*. – 1961. – Vol. 192. – № 4801. – P. 440–441.
- Eckmann J.-P., Ruelle D.* Ergodic theory of chaos and strange attractor // *Reviews of Modern Physics*. – 1985. – Vol. 57. – P. 617–656.
- Farmer J.D., Ott E., Yorke J.A.* The dimension of chaotic attractor // *Physica*. 1983. Vol. D7. P. 153–180.
- Hausdorff F.* Dimension und äusseres Mass // *Math. Ann.* – 1918. – Bd. 79. – S. 157–179.
- Lorenz E.N.* Deterministic nonperiodical flow // *Journal of the Atmospheric Sciences*. – 1963. – Vol. 20. – P. 130–141.
- Mandelbrot B.B.* Les Objects Fractals. Forme, Hazard et Dimension. – Paris: Flammarion, 1975. – 192 p.
- Mandelbrot B.B.* Fractals: Form, Change, and Dimension. – San Francisco: Freeman, 1977. – XVI+365 p.
- Mandelbrot B.B.* The Fractal Geometry of Nature. – San Francisco: Freeman, 1982. – 460 p.
- Nottale L., Chaline J., Grou P.* Les arbres de l'évolution. – Paris: Hachette, 2000. – 379 p.
- Riess A., Filippenko A., Challis P., et al.* Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant // *The Astronomical Journal*. – 1998. – Vol. 116. – P. 1009–1038.
- Perlmutter S., Aldering G., Fabbro S., et al.* Supernova Cosmology Project // *The Astrophysical Journal*. – 1999. – Vol. 517. – P. 565.
- Perlmutter S.* Supernovae, dark energy, and the accelerating Universe // *Physics Today*. – 2003. – Vol. 56. – № 4. – P. 53–60.

