

*С. А. Элошвили
(г. Тбилиси, Грузия)*

О МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОСНОВАХ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ

Введение

Применению математических методов в исследованиях теоретической физики, экономики, космологии и даже биологии посвящено огромное количество работ. Что и говорить, когда сама математика родилась из нужд повседневной человеческой деятельности и ныне находится на уровне аксиоматического построения. Конечно, можно аксиоматически обосновать математическую теорию и дальше, с помощью «её превосходительства логики» развить теорию, сделать далеко идущие теоретические заключения. Но чем дальше уходим в сторону математических умозаключений, тем сложнее поддаются они физическим интерпретациям и часто приводят к «физически непонятым» результатам. Это дает повод физикам и другим испытателям науки относиться к математике с «недоверием», сказав, что «математика – это лучшее средство самообмана» (Эйнштейн). Не разделяя эту крайнюю точку зрения, хотелось бы поддержать специалистов данной научной направленности в возражении относительно применения методов других научных направлений – в каждой научной области хватает собственных методов исследования, и заимствование методов из другой научной области снижает их престиж. Но, думаю, что сама природа не разделяет себя на «отдельные научные области», и, в сущности, она едина. Укреплению этой мысли способствует тенденция к применению методов точных наук в биологии и возникновение целых научных дисциплин: математическая физика, физическая химия, биохимия, биоматематика и т. д. Так вот, если на пути познаваемости единства природы привлекать научного работника, осведомленного во всех научных направлениях (хотя бы в началах), возражения против других научных дисциплин будут отпадать и в выработанных моделях природа предстанет перед нами в своей «изумительной простоте».

На пути свершения намеченной цели намереваемся математически формализовать вышесказанное и, дальше, логически рассуждая, построить соответствующие модели. Отметим некоторые бросающиеся в глаза детали, подкрепляющие желание математического объединения.

В теоретической и математической физике оперируют малыми приращениями (времени, координаты, температуры, теплоты и т. п.), формализуют физические величины в соответствии с математической терминологией, получают физический закон, записанный в математических соотношениях, переходят к пределу и получают выражение физического закона в виде дифференциальных уравнений (в частных производных). Даже если не подвергать сомнению инвариантность исследуемого закона при соответствующем предельном переходе, решения полученных уравнений (если даже они существуют в явном виде) трудно приспособить к изучению исходной физической задачи, и, как обычно, возвращаются к математическим выражениям записанных в терминах приращений (конечно-разностные схемы). Более того, имеются случаи, когда в математическом выражении физического закона фигурируют и приращения, и предельные величины-производные. Можно попробовать избавиться от иногда весьма сомнительного с физической точки зрения предельного перехода, заменив, тем самым, непрерывность квантовостью, или же охватить и непрерывный, и дискретный случай.

В физической (классической) термодинамике рассматриваются системы, которые (в равновесном состоянии) состоят из отдельных фаз. Во время эксперимента (передача тепла, совершение работы) эти фазы не меняются. Допускаются фазовые переходы для заданного рода веществ, но не химические превращения. Этот «беглый» подход может вызвать у химиков чувство неудовлетворения. Со своей стороны, и химики тоже остаются в долгу перед биологами – ведь, над многообразием химических превращений возвышается «крупница» природного феномена, приводящая к возникновению феномена жизни, являющейся неотъемлемой частью природного совершенства.

Естественно, возникает желание найти между математикой, с одной стороны, и естественными научными дисциплинами, с другой, ту «золотую середину», в одну сторону которой можно сделать математические заключения, а на другой стороне оставаться среди физических величин.

Если допустить, что линия такого «золотого сечения» существует, то она обязательно проходит в началах соответствующих теорий, ибо каждая теория начинается с определения «объекта исследования». Так определяются материальная точка (в механике), термодинамическая система, биологическая система и др. А «исследование» включает измерение сдвига состояния объекта (точки, системы) при движении, передаче тепла и т. д. Получается, что ось «золотой середины» проходит через принцип «разделяй и властвуй» в том смысле, что «разделение» подразумевает определение, выделение, размежевание, а «властвовать» – действовать, сдвигать, превращать, но не больше.

Наш подход вселяет надежду на пути выполнения намеченной цели потому, что основные математические теории тоже начинаются с определения терминов «точка», «действие», «сдвиг».

Наконец, приведем факт, убеждающий в том, что и с термином «разделение» следует обращаться с вниманием и осторожностью взамен той небрежности, которая присутствует в ряде работ (и даже учебниках) по термодинамике.

Возьмем теорию идеального газа. В ней изучаются (в терминах давления p , объема v , абсолютной температуры t) изохорный, изобарный и изотермические процессы, и при этом предполагается, что все остальные процессы можно свести к указанным. Внимательно рассмотрим весь ход получения соответствующих уравнений. Ясно, что в общем случае, параметры p, v, t взаимосвязаны, что мы будем отмечать записью (p, v, t) . Когда же, например, p можно зафиксировать (является фиксированным параметром), следует записать для изобарного процесса $p \times (v, t)$ (не путать со знаком умножения!). Аналогично, записываем: $v \times (p, t)$ – для изохорного процесса и $(p, v) \times t$ – для изотермического процесса. Существенным является то обстоятельство, что при классификации процессов (выделение их классов), каждый из них должен попасть в один и только один класс. Это означает, что надо соблюдать принципы несовместимости и полноты. Что касается несовместимости, отметим, что при совмещении, т. е. когда все три параметра можно фиксировать-разделять, получаются разные допустимые, фиксированные состояния процесса, не столь важные с динамической точки зрения. Если исключить из рассмотрения последние, как самые простые «процессы», то останутся несовместимые классы процессов. Принимая во внимание условие полноты, к уже известным, выделенным в термодинамике классам, можно добавить следующие классы процессов: $(p \times v, t)$, $(p \times t, v)$ и $(v \times t, p)$. В случае $(p \times v, t)$, каждый из параметров p и v разделяется и выражается, как $p=f(v)t$ и $v=g(p)t$, где f, g – некоторые функции (постоянные при изобарах и изохорах). Такую ситуацию лучше записать в векторной форме: $(p \times v)=(f(v) \times g(p))t=-i$ $(-g(p) \times f(v))t=-i$ $H(p \times v)t$, с некоторым оператором H и оператором i , со свойством $i(a, b)=(-b, a)$ [5]. Вспомнив, что указанные уравнения пишутся для приращений, можно написать для производной по t : $d/dt (p \times v)=-iH(p \times v)$. Аналогично получается уравнение типа Шредингера при переходе частица \rightarrow волна с последующим квантованием [см. 5]. Это означает, что вектор $p \times v$ ведет себя как волна. Аналогично можно поступить и в остальных случаях. Не вникая в детали при сравнении нашей записи с уравнением Шредингера, думается, что эти дополнительные случаи помогут более детально раскрывать сущности изучаемых процессов и заслуживают внимания.

Вышеупомянутые методы взятия приращения (и «иерархий» при многократном повторении) и «разделения» присутствуют в научных рассуждениях в виде количественного способа изучения «движения» – как пространственного, так и временного развития (например, координата-скорость-ускорение, потенциал-сила-напряжение). Надеемся, что они окажутся плодотворными и как качественные способы при раскрытии феномена разумной жизни и биологического развития (онтогенез и филогенез).

1. Качественное развитие теории в рамках работ К. Каратеодори

По своей направленности этот параграф тесно примыкает к статьям [1–2]. В этих работах (как и во многих других) создан, можно сказать, «частично-предельный» подход. Это значит, что рассматриваются малые приращения некоторой термодинамической переменной (например, передаваемой теплоты Δ), и, одновременно, совершается предельный переход по приращениям других переменных – например, температуры с использованием частной производной $\partial U / \partial T$). В рамках данного в [1–3] работах подхода получается, что двумерная пфаффова форма (практически) всегда имеет интегрирующий множитель, что справедливо, когда ковариантная и обычная производные совпадают, т. е. при нулевой кривизне. В результате класс изучаемых процессов оказывается узким (линейные процессы, описываемые с помощью полных дифференциалов). Однако здесь мы собираемся изучить процессы для любых пфаффовых форм, зависящих от пути дифференциалов. Для этой цели, используем развитый в [4] («Stair-Step»-иерархический) метод.

Начнем с описания термических свойств систем, состоящих из химически различных веществ. Будем говорить, что определена система S , если в каком-нибудь равновесном состоянии её можно описать с помощью конечного набора различных фаз, $S = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n)$. При $n = 1$, различаем фазу и систему, составленную из этой фазы; система не может совпадать с составляющей её фазой.

Каждой фазе соотносим символы двух видов: символы, качественно определяющие химический состав фаз, т. е. символы, указывающие на виды входящих в данную фазу веществ (кислород, вода, NaCl и т. д.) и числа, получаемые измерением (масса, объем, давление и т. п.), количественно определяющие фазу. В принципе, в роли «качественных» переменных можно использовать «фазовые» переменные $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$.

Переход системы из одного состояния в другое происходит в случае изменения составляющих эту систему фазовых переменных, «обобщенных

координат». А вот изменения могут быть следующих видов (и, само собой разумеется, состояния тоже).

Механические.

а) Система адиабатически переходит из одного состояния в другое за счет передачи тепла. Изменение внутренней энергии системы вполне определяется количеством передаваемой теплоты. На языке математики это значит, что порции внутренней энергии и теплоты представляют полные дифференциалы и

$$dU = dQ = mcdt = \sum mcdt^i, \quad (1)$$

где dt^i – измельчение температурного интервала dt .

б) Система потенциально (независимо от пути) переходит из одного состояния в другое за счет работы, совершенной над системой извне. Тогда можно написать

$$dU = dA = mgdx = \sum mgdx^i, \quad (2)$$

где dx^i – измельчение, скажем, высоты dx .

Физические.

Возможны внутрифазовые переходы. Это значит, что обобщенные координаты не меняются, и при тех же обобщенных координатах меняются масштабы измерений. В этом случае

$$dU = \partial A = \sum_{i=1}^n p_i(\phi)d\phi_i, \quad (3)$$

где $p_i(\phi)$ означает функцию от переменных $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$, а дифференциал d под знаком суммы можно определить по-разному.

Химические.

Допускаются превращения фаз с помощью химических реакции, т. е.

$$dU = \delta Q, \quad (4)$$

где δQ есть порция теплоты определяемая из (химического) равенства

$$\sum_{i=1}^n p_i(\phi)d\phi_i = \sum_{j=1}^m q_j(\phi')d\phi'_j + \delta Q. \quad (5)$$

Здесь, $\phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n)$ – химические вещества, входящие в реакцию, а $\phi' = (\phi'_1, \phi'_2, \dots, \phi'_m)$ – полученные после реакции вещества.

Знак « Σ » означает совокупность участвующих в химической реакции веществ, а знак «+» указывает на выделяемую (со знаком) теплоту.

Биологические.

Первичной структуре белка сопоставляется форма $\delta^1 N = \sum \alpha_i \delta N^i$, где N^i обозначают аминокислоты, составляющие белок N , а знак суммы указывает на наличие пептидной связи. Изменение первичной структуры происходит с помощью (не пептидной) азотно-кислородной связи $\delta^2 N$ с последующим появлением вторичной структуры:

$$\sum \alpha_i \delta N^i + \delta^2 N = \sum \beta_j \delta M^j .$$

Здесь $\delta^2 N$ служит своего рода мерой кривизны при переходе ко вторичным структурам, т. к. пептидная связь не меняет тип (первичной) структуры. Оказывается, что вторичную структуру можно охарактеризовать формой

$$\delta^2 N = \sum \alpha_i \delta N^i + \sum \beta_j \delta^2 N^j .$$

Аналогично, третичная структура получается при водородной связи $\delta^3 N$ и сопоставляется форма

$$\delta^3 N = \sum \alpha_i \delta N^i + \sum \beta_j \delta^2 N^j + \sum \gamma_k \delta^3 N^k .$$

Здесь сказать «и т. д.» можно только по мере выявления соответствующей вышестоящей структуры в живой клетке. Наряду с $\delta^2 N$, которое служит мерой кривизны, $\delta^3 N$ характеризует скрученность полипептидных связей.

Анализируя вышесказанное, мы можем констатировать следующее:

i) при научных обсуждениях (нашему разуму) необходимо выделение, определение системы (в равновесных состояниях) в обобщенных координатах x .

ii) для заданной системы надо установить вид (качественного или количественного) перехода системы из одного состояния в другое состояние. Причем, при количественном переходе множество состояний заранее фиксируется, x и $x + \Delta x$ – одного рода состояния, а при качественном переходе – нет, x и $x + \Delta x$ – состояния разного рода.

iii) человеческий разум способен проделать предыдущие пункты многократно; пару $(x, \Delta x)$ можно принять за исходное состояние новой системы $(x, \Delta x) = y$, и рассмотреть систему $(y, \Delta y)$, и т. д.

iv) оказывается, что эти многократные действия – не (или не только) проделки нашего разума, а в природе тоже можно наблюдать результат их проявления в виде цепи «аминокислота \mapsto глобула \mapsto гемоглобин» и т. д.

Таким образом, можно собрать воедино разные научные целеустремления с целью приспособить к ним навыки (методы и результаты) классической теории механики (и теории относительности). Что же касается «механических» навыков, отметим два основных.

Принцип разделения. В классической механике Ньютона предполагается, что пространство и время разделимы; в любой момент времени можно вычислить (наблюдать) координаты движущейся точки, и в любой точке пространства протекает одно и то же время, или, что пространство и время абсолютны в своих правах. Напротив, в теории относительности Эйнштейна принимается, что пространство и время нельзя разделить, и что они взаимосвязаны.

Принцип иерархии. Для определенного положения (в классической механике), в координатах x , вычисляется перемещение Δx и «приращение» перемещения $\Delta(\Delta x)$. В отношении времени (в пределе) это приводит к схеме «состояние \mapsto скорость \mapsto ускорение», и впоследствии к уравнениям движения Ньютона, а в отношении пространственной переменной x приводит к схеме «состояние \mapsto градиент \mapsto лапласиан», что приводит к уравнению Пуассона для сплошной среды. Конечно, в приведенных схемах чувствуется иерархия $x \mapsto \Delta x \mapsto \Delta(\Delta x)$ или, более отчетливо, $x \mapsto (x, \Delta x) \mapsto ((x, \Delta x), \Delta(x, \Delta x))$.

Резюмируя, можно сказать, что в вышеуказанных сферах научных изысканий подходы одинаковы в рамках категорий: состояние, изменение, разделение, иерархия. Именно эти четыре категории образуют ту золотую середину, на уровне которой можно провести объединяющую линию, и в соответствии с «механической» (лучше сказать, геометрической) терминологией попытаться интерпретировать физические, химические и биологические (термо)динамические процессы.

2. Основы иерархической термодинамики

Следуя работе [1], предположим, что состояние S системы описывается обобщенными координатами $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Совокупность всех состояний x составляет множество X . В термодинамике допускается существование порции Δ (теплота, работа, химическая энергия и пр.), при передаче которой система переходит из состояния S_1 в состояние S_2 . Для соответствующих обобщенных координат записываем $x_1 + \Delta = x_2$ («+» означает передачу Δ -теплоты к системе x_1). Множество G порций Δ , в общем, может иметь структуру группы, полугруппы, моноида и т. п. А

множество X при действии G превращается в G -пространство, хорошо изученный объект в математике [см. 1; 6]. Если, к тому же, Δ определяется по начальному и конечному состояниям системы, $\Delta = x_2 - x_1$, то получаем запись «первого начала» термодинамики.

Количественное развитие системы происходит по последовательности состояний S_1, S_2, \dots , или в координатах x_1, x_2, \dots . Есть и другого рода развитие системы, которое никак не вписывается в количественную схему. Именно, построим совокупность пар (x, Δ) , для $\Delta \in G$ и заданного состояния $x \in X$. Конечно, эта пара нигде не встречается среди состояний системы S , которые характеризуются между собой количественно. Получается качественно новая иерархическая система S' со своим множеством количественных состояний $(X, G) = \{(x, \Delta), x \in X, \Delta \in G\}$. При $\Delta = 0$, можно говорить об эквивалентности состояний $(x, 0)$ и x . Далее, (X, G) можно взять за исходную систему и получить новую «иерархию» $((X, G), H)$ с некоторой группой H и т. д. Построение таких качественно новых иерархических систем не является самоцелью; нам надо как-то «связать» получаемые системы с исходной, к изучению которой мы приступили, или, вообще, установить связь между соседними иерархическими структурами. Один из широко распространенных (не только в математике) методов состоит в представлении группы H в виде $H = G + H'$, для некоторой группы H' . Поясним ситуацию в термодинамических терминах. Рассмотрим случай Джоулевой вертушки. Пусть G – совокупность работ, при совершении которых над вертушкой калориметру передается тепловой эквивалент. Пара (X, G) олицетворяет работающую систему, когда при совершении работы ∂A (при передаче теплового эквивалента $\partial A \in G$), изменяется внутренняя энергия U (в качестве состояния $x \in X$). Согласно «первому началу»,

$$U_2 - U_1 = \int \partial A, \text{ или в дифференциальной записи: } dU = \partial A, \quad (1)$$

где d – полный, а ∂ (как и $\Delta, \delta, \mathcal{G}$ – далее) – неполный дифференциалы. Включим систему в электрическую цепь, превращая вертушку в сопротивление. Передаваемую порцию электрической энергии обозначим $\mathcal{G} W$. Она расходуется на нагревание-расширение крыльев вертушки и передается калориметру в виде теплоты. Получили сложную систему, $S'' = ((U, \partial A), \mathcal{G} W)$. Вводя «связность», мы предполагаем, что часть электрической энергии передается калориметру в виде теплоты δQ . Нагревание крыльев влияет на совершаемую вертушкой работу A . Вследствие отмеченного, калориметру передается зависящая от δQ теплота $\delta \partial Q$. Остальную часть, уже зависящую от ∂A и δQ , обозначим, Γ_w ($\delta Q, \partial A$). Так, что

$$\mathcal{G} W = \delta\delta Q + \Gamma_w(\delta Q, \partial A). \quad (2)$$

Еще раз отметим, что теплота $\delta\delta Q \in G$ полностью определяется изменением энергии калориметра U и полностью это изменение определяет.

С таким же успехом мы могли бы написать

$$\mathcal{G} W = \partial\delta A + \Gamma_w(\partial A, \delta Q), \quad (2')$$

что в результате приводит к симметричному представлению

$$\mathcal{G} W = \frac{1}{2} \{ (\delta\delta Q + \partial\delta A) + (\Gamma_w(\delta Q, \partial A) + \Gamma_w(\partial A, \delta Q)) \}. \quad (3)$$

Следует отметить, что, обозначая $\mathcal{G} U = \delta\delta Q + \partial\delta A$, мы возвращаемся к классическому представлению выделяемой энергии в виде (поддерживающей возрастание энтропии) теплоты и свободной энергии (функции Гиббса).

Что касается выражения $\mathcal{G} T = \Gamma_w(\delta Q, \partial A) + \Gamma_w(\partial A, \delta Q)$ (заметим, что оно нигде не встречается в классических изложениях термодинамики). Его можно использовать при оценке отклонения («кривизна» и «кручение» по терминологии дифференциальной геометрий) изучаемого процесса от линейного поведения.

Отметим некоторые немаловажные выводы.

а) Равенство (1) характеризует адиабатический, а (2) – неадиабатический случай.

б) Если $\Gamma = 0$, то сложность системы S'' состоит в двойной передаче теплоты калориметру; систему S'' можно идентифицировать с системой S' (свойство линейности) и в этом случае не имеет место качественное развитие системы. Отсюда следует, что Γ характеризует степень качественного (и количественного) развития системы.

в) Так же, как при отсутствии передачи ($\Delta Q = 0$) калориметру теплоты, система S' остается в равновесии (S' совпадает с S), если $\mathcal{G} W = 0$, то S'' находится в равновесии (совпадает с S'). А это может случиться и тогда, когда и δQ и ∂A отличны от нуля.

г) Уравнение

$$\delta\delta Q + \Gamma_w(\delta Q, \partial A) = 0 \quad (4)$$

выделяет класс неравновесных процессов, на которые на высшем качественном (иерархическом) уровне можно смотреть как на равновесные.

д) Предполагая, что уравнение (4) есть уравнение относительно теплоты Q , можно построить уравнение относительно работы A :

$$\partial\delta A + \Gamma_w(\partial A, \delta Q) = 0. \quad (4')$$

Ясно, что математически (количественно) неразличимые уравнения (4) и (4') несут, в отдельности, очень ценную информацию о развитии системы с качественной точки зрения. Взгляд на процессы с точки зрения рассмотрения теплоты (4) и работы (4') – дает повод, позволяющий изучить процессы с различных точек зрения.

е) В силу первого начала, работа ∂A для системы (характеризующейся внутренней энергией U) является внутренней, как и δW – для системы $(U, \partial A)$. Однако, δW для системы с внутренней энергией U , оказывается внешней работой.

ж) В случае представления, $\delta Q = T d\eta$, где T – абсолютная температура, а η – энтропия, первый член в правой части (2) ответственен за беспорядок, тогда, как второй член *часто можно считать (!!!)* мерой порядка и его можно выразить в единицах работы, при фиксированной величине передаваемой теплоты. Тем самым, можно свести $\Gamma_w(\delta Q, \partial A)$ к свободной энергии – функции Гиббса (более точно, к плотности функции Гиббса, относительно теплоты).

з) Подход, приводящий к уравнению (2), является всеобщим: рассуждая математически, можно прийти к уравнениям «геодезических» (ковариантная производная) в дифференциальной геометрии, обеспечивающим переход к «центру механического мира $F = ma$ » и к «центру термодинамического мира $Q = TS$ » (Фейнман, [7]), тем самым, подчеркивая «глубокую аналогию между механикой (динамикой) и термодинамикой» (Эткинс, [15])

3. Термодинамические функции

Термодинамические функции – это термодинамические параметры (mna) и термодинамические потенциалы (mno). Tna определяется как функция многих переменных – обобщенных координат, $\tau = \tau(x_1, x_2, \dots)$. Tno определяется как функция от состояния x , $\phi = \phi(x)$, как от единого аргумента $x = (x_1, x_2, \dots)$. Например, mna являются температура, давление и т. д., а mno являются внутренняя энергия, энтальпия, функции Гиббса, Гельмгольца и др. Установим некоторые соотношения между mna и mno в случае применения метода иерархий. Пусть, $\rho = \rho(x)$ – некоторая термодинамическая функция от обобщенных координат x . Если системе передается теплота Δ , то определен $\rho(x + \Delta)$ и вслед за ним – $\Delta\rho(x)$ с помощью равенства $\rho(x) + \Delta\rho(x) = \rho(x + \Delta)$. Определим

$\rho^*(x, \Delta) = (\rho(x), \Delta\rho(x))$ как функцию на верхнем уровне заданной системы. Ясно, что при $\Delta = 0$, ρ^* совпадает с функцией ρ . Если ρ является потенциалом для системы x , то для системы (x, Δ) будет уже параметром, тогда как ρ^* может быть потенциалом.

4. Иерархическая термодинамика живых систем

Настоящий параграф посвящается приспособлению методов «иерархий» («Stair-Step») и «разделения» к изучению термодинамики живых систем, оставаясь в рамках работ Г. П. Гладышева [9–14]. Не углубляясь в понимание сочетания слов «математические методы в биологии», отметим два основных аспекта. Один из них есть математика, нуждающаяся в примерах из биологии и другой – биология, применяющая математические методы для решения поставленных перед исследователем задач. В этой работе мы предпочитаем последний подход и попытаемся предложить математические «инструменты» для оперирования с биологическими объектами. Дадим определение биологической системы. В каждом эксперименте система описывается заданием состояний в виде обобщенных координат. В качестве обобщенных координат в основном берут термодинамические параметры. Так, что в смысле математического подхода различие между физическими – термодинамическими и живыми – биологическими системами не делается. Дальше «вводится в действие» математика, обеспечивающая переход из одного состояния в другое; в термодинамике этому «действию» соответствует совершение работы – передача тепла к системе; а в биологии – метаболизм, обмен веществ. В простейшем случае метаболизм можно «свести к питанию» – ограничиться поступлением в организмы пищи. Здесь выявляются важные особенности, как бы расщепляющие (разделяющие) термодинамику и биологию. В термодинамике для построения системы (x, Δ) , наряду с состоянием x , вполне достаточно использовать количественное значение Δ , ведь действие Δ на x не выводит нас из множества состояний.

В биологии же «передача пищи» сопровождается «умением» использовать ее. Используя язык поэзии, как я полагаю, можно сказать, что это, в какой-то мере, отражается во фразе: «воспитание» подразумевает «питание», в прямом и переносном смысле, но не сводится к нему. На математическом языке это значит, что в физической термодинамике x и Δ разделимы (что можно обозначить как $x \times \Delta$), а в биологии – не разделимы (что обозначается как (x, Δ)). Разделение в биологии разрушает живую систему; отняв у организма «жизненную самобытность», мы сведем его к

совокупности (количеству) клеток. В отличие от термодинамики, передача пищи в живых системах выводит нас из множества состояний, и знак «+» следует заменить знаком « \oplus », подчеркивая, что это не механическая передача энергии (это передача химической энергии!). Вслед за этим, возникает вопрос о существовании двух «предполагаемых» процессов: «биолого-термодинамического» – $(x, \Delta) \times \mathcal{G}$, и «термодинамико-биологического» – $(x \times \Delta, \mathcal{G})$. Думаю, что обнаружение указанных процессов в живом организме не представляет трудностей (напр., когда живой организм выделяет тепло и когда после передачи тепла остывшему жуку возвращается жизнеспособность). Более того, создается впечатление, что живой организм – это цепь взаимосвязанных процессов указанных типов.

Идя по пути обобщений, и для интерпретации вышеприведенных соображений, рассмотрим известную формулу из хроматографии ([9]),

$$\Delta(\Delta G) = -RT \ln(t_R^* / t_{st}^*).$$

Обозначая через символ Δ приращение функций G , мы переходим из пространства значений G в пространство приращений ΔG . Далее использование Δ для обозначения приращений в другом пространстве – $\Delta(\Delta G)$, было бы некорректным (предлагается обозначение $\delta(\Delta G)$!). Далее, в силу наличия представленного равенства, правая его часть возвышается в ранг левой его части. Поэтому нам остается только провести параллель с равенством (4) (или (4')):

$$\delta(\Delta G) + RT \ln(t_R^* / t_{st}^*) = 0.$$

Оказалось, что мы пользуемся свободной энергией, функцией Гиббса G , которая управляется («геодезическим») уравнением нулевого уровня. Расширяя возможность теории, привлекаем уравнение (2') уровня \mathcal{W} . Преимущество такого рассмотрения состоит не только в варьировании уровней, но и в том, что свободная энергия A нижнего иерархического уровня связывается с энергией W на верхнем иерархическом уровне. Кроме всего этого, так как живой организм состоит из огромного количества клеток, супрамолекулярных образований и молекул, следует подвергнуть сомнению точность производимых измерений, приводящих к «точному» уравнению. Чтобы исправить этот пробел, стоит лишь представить уравнение (2') для средних значений и рассмотреть \mathcal{W} как случайную величину, для простоты, с нулевым средним (математическим ожиданием). Хотя, следует отметить, что аппарат теории вероятностей и стохастического анализа позволяет рассматривать и более общие схемы.

Ясно, что флуктуации энергии W на верхнем иерархическом уровне, повлекут за собой флуктуации свободной энергии A на нижнем иерархическом уровне. Таким образом, уравнение (2') (как и (2) тоже) устанавливает связь между количественными характеристиками качественно различных, нижних и верхних иерархических уровней. Не стоит перечислять аналогичные преимущества остальных уравнений, они и так очевидны с математической точки зрения.

Сформулируем некоторые полезные заключения в рамках вышеизложенного.

- Классическое, качественное развитие системы подразумевает возможность разделения системы от количества передаваемой энергии; возможен обратный процесс – энергию можно удалить из системы.

- Термодинамическое развитие живых систем не допускает возможность разделения этих систем от передаваемой энергии. Развитие является направленным развитием (от x к (x, Δ)). Разделение живой системы на составляющие, т. е. выделение равновесного состояния и способа перехода, разрушает «живучесть» системы.

- Феноменологически подходы к изучению движения твердых тел в механике и развития систем в термодинамике идентичны. Смена, в сущности, изучаемых объектов влечет за собой смену применяемых математических терминов и операций.

- Неудивительно, что в математике используют термины, взятые из повседневной жизни. Так, один из основных терминов дифференциальной геометрии, «расслоенный пучок» («*fiber bundle*»), «обязан» своему происхождению биологии. Отдавая дань «обратной связи» биологии и математики, автор уверен, что, например, сосудистую систему живого организма можно описать (и пытаются описывать) методами дифференциальной геометрии.

Теперь посмотрим, как обстоит дело при приложении вышеизложенных методов к изучению биологической эволюции живой материи, которая неразрывно связана с законом временных иерархий Г. П. Гладышева [9–14].

Г. П. Гладышев рассматривает основные временные иерархии, характеризующие поведение m -молекул, im -супрамолекулярных структур, $cell$ -клеток, org -организмов, pop -популяций, com -сообществ и т. д. Каждая из иерархий возникает в природе вследствие «самосборки» структур нижней иерархии. Например, $im=(m, \Delta m)$, где Δm означает самосборку, которая включает в себе передачу энергии – пищи, используемой молекулами m . Время релаксации и среднее время жизни молекул можно представить как «термодинамические потенциалы».

В наших обозначениях для времен релаксации имеем $\tau(m)$ – для молекулы, $\tau^*(m, \Delta m) = \tau^*(im)$ – для супрамолекулярных уровней, $\tau^{**}(im, \Delta im) = \tau^{**}(cell)$ – для клеточных уровней и т. д.

Ясно, что τ^* является расширением, другими словами, доминирует над τ (как объем доминирует над площадью), т. е. $\tau \prec \tau^*$ и мы приходим к «закону временных (качественных) иерархии»,

$$\dots \prec \tau \prec \tau^* \prec \tau^{**} \prec \tau^{***} \prec \dots$$

То же можно проделать для средних времен жизни. Картина будет аналогичной. Значит, для разных иерархических уровней имеем разные шкалы времени. Чтобы перейти к количественным неравенствам между временами релаксаций, надо разные шкалы привести в соизмерение.

В рамках каждой иерархии в отдельности действует определенная шкала, и состояния систем количественно предопределены. Передача энергии системе в результате процессов, сопровождающих явление жизни, предопределяет среднюю продолжительность жизни и обуславливает «закон временных иерархий» Г. П. Гладышева [10]. (В данной ситуации этот закон можно считать количественным законом).

Сделаем некоторые выводы.

- Существующая структурная иерархия (она известна с древних времен) в пространственном развитии (филогенезе и онтогенезе) живых организмов коррелирует с временной иерархией.

- Развитие живых организмов (онтогенез) имеет веерообразное направление в пространстве.

- Биологическое развитие есть «открытый – необратимый» процесс.

- На каждом иерархическом уровне можно выделить равновесные (точнее, – квазиравновесные системы), в которых протекают квазиравновесные процессы.

- Иерархическая связь осуществляется по системе матрешек: каждый низший иерархический уровень входит в высший иерархический уровень в качестве его составной части. Каждый иерархический уровень подобен своей части.

Литература

1. Каратеодори К. Об основах термодинамики. Развитие современной физики. – М.: Наука, 1964.
2. Борн М. Критические замечания по изложению термодинамики, Развитие современной физики. – М.: Наука, 1964.
3. Клейн М. Законы термодинамики. Термодинамика необратимых процессов. – М., 1962.

4. *Eloshvili S. A.* The Stair-Step method to unify of physical theories. – Preprint. – 2003.
5. *Eloshvili S. A.* Unification and jointness of physical theories. – Preprint. – 2005.
6. *Ленг С.* Алгебра. – М.: Мир, 1968.
7. *Фейнман Р., Лейтон Р., Сендс М.* Фейнмановские лекции по физике. – Т. 4. – М.: Мир, 1965.
8. *Денбиг К. Дж.* Многоликая необратимость // *Sententiae*. Спецвыпуск «Філософія і космологія». – 2005. – № 1.
9. *Gladyshev G. P.* Macrothermodynamics of biological evolution: aging of living beings // *Int. J. Modern Phys. B*. – Vol. 18. – 2004. – № 6.
10. *Гладышев Г. П.* Закон временных иерархий – олицетворение эволюции живой материи // *Sententiae*. Спецвыпуск «Філософія і космологія». – 2005. – № 1.
11. *Гладышев Г. П.* Математическая физика и теория эволюции живой материи. История и современность // *Sententiae*. Спецвыпуск «Філософія і космологія». – 2005. – № 2.
12. *Гладышев Г. П.* Супрамолекулярная термодинамика – ключ к осознанию явления жизни. Что такое жизнь с точки зрения физикохимика. Изд. второе / Институт компьютерных исследований. «Регулярная и хаотическая динамика». – Москва – Ижевск, 2003. – 144 с.
13. *Gladyshev G. P.* Leonhard Euler's methods and ideas live in the thermodynamic hierarchical theory of biological evolution // *International Journal of Applied Mathematics and Statistics (IJAMAS) Centre for Environment and Economic Research (CESER), Roorkee* – 247667. – 2007. – Vol. 11. – N07, November. – P. 52–68. – Режим доступа: <http://www.ceser.res.in/ijamas/cont/2007/ams-n07-cont.html>.
14. *Эткинс П.* Порядок и беспорядок в природе. – М.: Мир, 1987.

